

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA

**CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA
ELÉTRICA**

**PROJETO ROBUSTO DE CONTROLADORES
DE SISTEMAS DE ENERGIA ELÉTRICA**

**DISSERTAÇÃO SUBMETIDA À UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA
CATARINA PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE
EM ENGENHARIA ELÉTRICA**



FRANCISCO ESCUDERO SCAVONE

Florianópolis, abril de 1998.

PROJETO ROBUSTO DE CONTROLADORES DE SISTEMAS DE ENERGIA ELÉTRICA

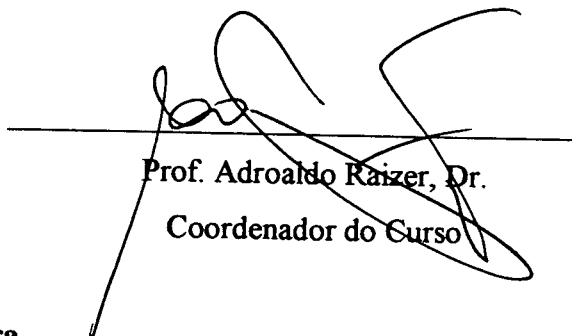
FRANCISCO ESCUDERO SCAVONE

Esta dissertação foi julgada adequada para a obtenção do título de
Mestre em Engenharia Elétrica,
Área de Concentração em Sistemas de Potência,
e aprovada em sua forma final pelo Curso de Pós-Graduação.



Prof. Aguinaldo Silveira e Silva, Ph.D.

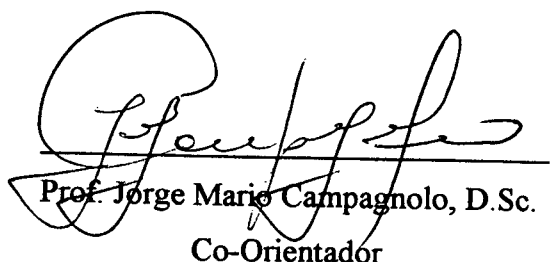
Orientador



Prof. Adroaldo Raizer, Dr.

Coordenador do Curso

Banca Examinadora



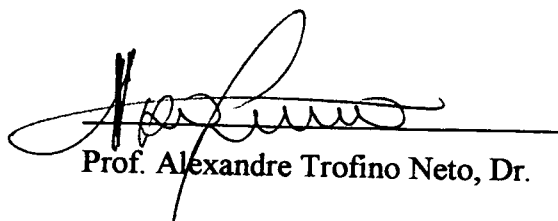
Prof. Jorge Mario Campagnolo, D.Sc.

Co-Orientador

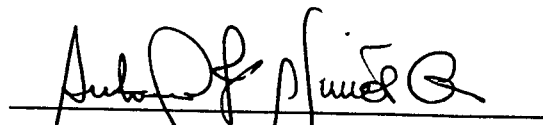


Prof. Aguinaldo Silveira e Silva, Ph.D.

Orientador



Prof. Alexandre Trofino Neto, Dr.



Prof. Antonio J. A. Simões Costa, Ph.D.



Prof. Alexandre Sanfelice Bazanella, D.Eng.

Aos meus pais

*A Adriana,
John (Jr.), Nathaly, e Giovanna*

AGRADECIMENTOS

Ao meu Orientador, Prof. Aguinaldo Silveira e Silva, pelas horas de dedicação e orientação, pelas interessantes discussões e pela amizade.

Ao meu Co-Orientador, Prof. Jorge M. Campagnolo, pela colaboração neste trabalho, pela sua dedicação e pela amizade.

Ao Prof. Alexandre Trofino, pela valiosa colaboração na realização deste trabalho, pelas discussões frutíferas e pela amizade.

Ao corpo docente do curso de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da UFSC, que transmitiram seus conhecimentos.

A ANDE (Administração Nacional de Eletricidade) que me possibilitou fazer este curso.

Aos Colegas, Valone, Claudia, Francisco, Luiz pelo companheirismo e incentivo nas horas difíceis.

A todos os amigos e colegas do Labspot.

A todos os colegas do curso de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da UFSC

À analista do Labspot, Ana Paula, pela sua paciência, boa vontade e amizade.

Aos funcionários Wilson, Marcos, Carmen, e Denise, pela presteza e auxílio que sempre demonstraram.

A CAPES, pelo apoio financeiro ao Curso.

Abstract

In this work a method for the design of controllers for power systems is presented, aiming at the small-signal stability, and considering requirements of robustness. The design method is applied to Power System Stabilizers, keeping the conventional structure employed in the industry, and therefore must include structural constraints. The uncertainties arise from several operating points considered in the design. Two approaches are used to treat the power system uncertainties. The first approach requires the solution of a Riccati equation, and the second approach uses linear matrix inequalities. Both methods are assessed by tests carried out using two test systems; a one machine-infinite busbar system and a multimachine system. Comparisons with a design method, which does not take robustness as a design requirement, show the advantages of the proposed approach.

Resumo

Neste trabalho é apresentado um método de projeto de controladores para Sistemas de Energia Elétrica, visando a melhoria da estabilidade dinâmica para pequenas perturbações, considerando requisitos de robustez. O controlador considerado é o Estabilizador de Sistemas de Potência, no qual é mantida a estrutura convencional utilizada na indústria, o que leva ao problema de controle robusto com restrições estruturais. As incertezas são dadas pelos diferentes pontos de operação a serem considerados no projeto. São consideradas duas abordagens para tratar as incertezas que aparecem nos Sistemas de Energia Elétrica. Na primeira delas resolve-se uma equação de Riccati e na segunda são utilizadas as técnicas de Inequações Matriciais Lineares para o projeto. O desempenho da metodologia foi avaliado tomando como base os resultados obtidos com dois sistemas testes, o sistema máquina-barra infinita e um sistema multimáquina. Comparações com um método de projeto que não leva em conta requisitos de robustez, demonstram as vantagens da metodologia proposta.

Resumen

En este trabajo se presenta um método de proyecto de controladores para los Sistemas de Energia Eléctrica, visando mejorar la estabilidad dinámica para pequeñas perturbaciones, considerando los requisitos de robustez. El controlador considerado es el Estabilizador de Sistemas de Potencia, en el qual es mantenida la estructura convencional utilizada en las empresas del sector eléctrico, lo que lleva al problema de control robusto con restricciones estructurales. Las incertezas son dadas por los diferentes puntos de operación a ser considerados en el proyecto. Son consideradas dos abordajes para tratar las incertezas que aparecen en los Sistemas de Energia Elétrica. En la primera de ellas se resuelve una equación matricial de Riccati e en la segunda son utilizadas las técnicas de Inecuaciones Matriciales Lineares para el projeto. El desempeño de la metodología fue evaluada tomando como base los resultados obtenidos com dos sistemas testes, un sistema máquina-barra infinita y un sistema multimáquina. Comparaciones con un método de proyecto que no lleva en cuenta requisitos de robustez, demuestran las ventajas de la metodología propuesta.

Índice

| | |
|---|------|
| Agradecimentos | v |
| Resumo | vi |
| Abstract | vii |
| Resumen | viii |
| Índice | ix |
| Lista de Tabelas | xii |
| Lista de Figuras | xiv |
| 1 Introdução | 1 |
| 2 Representação dos Sistemas de Energia Elétrica | 6 |
| 2.1 Introdução | 6 |
| 2.2 Modelagem do Sistema de Energia Elétrica | 8 |
| 2.2.1 Equações da Rede | 8 |
| 2.2.2 Equações da Máquina Síncrona | 10 |
| 2.2.3 Equações do Sistema de Excitação | 15 |

| | | |
|----------|---|-----------|
| 2.2.4 | Equações do Estabilizador de Sistema de Potência | 17 |
| 2.2.5 | Formação da Matriz Jacobiana | 21 |
| 2.3 | Incorporação da Representação de Sinais Estabilizadores | 25 |
| 2.4 | Incertezas nos Sistemas de Energia Elétrica | 28 |
| 2.5 | Conclusão | 30 |
| 3 | Conceitos e Técnicas de Controle Robusto para Sistemas de Energia Elétrica | 31 |
| 3.1 | Introdução | 31 |
| 3.2 | Conceitos Básicos de Robustez | 32 |
| 3.3 | Modelagem das Incertezas | 33 |
| 3.4 | Técnicas de Controle Robusto Adotadas | 45 |
| 3.4.1 | Abordagem pela Equação Matricial de Riccati | 46 |
| 3.4.2 | Abordagem por Inequações Matriciais Lineares (LMI) | 62 |
| 3.5 | Conclusão | 73 |
| 4 | Aplicação a Sistemas de Energia Elétrica | 74 |
| 4.1 | Introdução | 74 |
| 4.2 | Aplicação a um Sistema Máquina-Barra Infinita | 75 |
| 4.2.1 | Descrição do Sistema | 75 |

| | |
|---|------------|
| 4.2.2 Projeto Clássico do ESP | 76 |
| 4.2.3 Projeto Robusto do ESP | 77 |
| 4.2.3.1 Abordagem das Incertezas do Tipo Posto Unitário Usando a Resolução de Equação Matricial de Riccati | 78 |
| 4.2.3.2 Abordagem das Incertezas do Tipo Politópicas Usando as Inequações Matriciais Lineares (LMI) | 80 |
| 4.2.4 Comparação e Avaliação dos Projetos Clássico e Robusto do ESP | 90 |
| 4.3 Avaliação da Aplicação a um Sistemas Multimáquina | 93 |
| 4.4 Conclusão | 95 |
| 5 Conclusões e Sugestões para Trabalhos Futuros | 97 |
| Bibliografia | 101 |
| Apêndice A | 106 |
| Apêndice B | 109 |

Lista de Tabelas

Tabela 4.1. Autovalores (modo de oscilação eletromecânico) em MA do sistema MBI, para os três pontos de operação considerado.

Tabela 4.2. Parâmetros dos ESP's convencionais.

Tabela 4.3. Autovalores em malha aberta e fechada para os ESP convencional, projetado para as duas alternativas de sinal, e para os pontos de operação considerado.

Tabela 4.4. Parâmetros do ESP robusto com sinal derivado da velocidade angular do rotor ω da máquina.

Tabela 4.5. Autovalores em MA e MF com o ESP robusto com sinal derivado da velocidade angular do rotor ω da máquina.

Tabela 4.6. Parâmetros dos ESP robusto com sinal derivado da potência elétrica P_e da máquina.

Tabela 4.7. Autovalores em MA e em MF com o ESP robusto com sinal derivado da potência elétrica P_e da máquina.

Tabela 4.8. Parâmetros do ESP robusto com sinal derivado da potência elétrica filtrada x_{fh} da máquina.

Tabela 4.9. Autovalores em MA e em MF com o ESP robusto com sinal derivado da potência elétrica filtrada x_{fh} da máquina.

Tabela 4.10. Parâmetros do ESP robusto com sinal combinado derivado da velocidade angular do rotor ω e da potência elétrica filtrada x_{fik} da máquina.

Tabela 4.11. Autovalores em MA e em MF com o ESP robusto com sinal combinado derivado da velocidade angular do rotor ω e da potência elétrica filtrada x_{fik} da máquina.

Tabela 4.12. Parâmetros do ESP robusto com sinal combinado derivado da velocidade angular do rotor ω e da potência elétrica P_e da máquina.

Tabela 4.13. Autovalores em malha aberta e fechada com o ESP robusto com sinal combinado derivado da velocidade angular do rotor ω e da potência elétrica P_e da máquina.

Tabela 4.14. Amortecimento do modo eletromecânico de oscilação considerando os três pontos de operação e os cinco casos de sinal de realimentação para o ESP.

Tabela 4.15. Caso considerados como pontos de operação e os autovalores do modo eletromecânico de oscilação em malha aberta.

Lista de Figuras

Figura 2.1. Sistema de Excitação Estático.

Figura 2.2. Sistema de Excitação IEEE ST1 Modificado.

Figura 2.3. Modelo do ESP dinâmico, com um sinal de entrada.

Figura 2.4. Modelo do ESP dinâmico, com dois sinais de entrada (caso multivariável).

Figura 3.1. Conjunto de modelos no espaço de estados.

Figura 3.2. Incertezas sobre o modelo, limitadas em norma, e vistas como um bloco de realimentação incerto.

Figura 4.1. Diagrama unifilar para o sistema MBI.

Figura 4.2. Resposta do sistema para os três pontos de operação considerados com o ESP convencional, projetado pela técnica clássica de posicionamento de pólos, com sinal derivado da potência elétrica.

Figura 4.3. Resposta do sistema para os três pontos de operação considerados com o ESP robusto, projetado pela técnica de LMI, com sinal derivado da potência elétrica.

Figura 4.4. Diagrama unifilar para o sistema multimáquina.

Capítulo 1

Introdução

Os Sistemas de Energia Elétrica são constituídos por um conjunto de elementos, composto por máquinas geradoras, controladores das máquinas e do sistema, cargas e a rede que os interconecta, cuja finalidade é fornecer energia elétrica aos consumidores de forma confiável, segura e de boa qualidade. Com este objetivo são necessários estudos que garantam a estabilidade dinâmica na operação dos Sistemas de Energia Elétrica (SEE).

A questão da estabilidade dinâmica ou estabilidade para pequenos sinais está associada à emergência de oscilações eletromecânicas, que se sustentam por longos períodos de tempo em SEE. Estas oscilações começaram a tomar importância quando foram melhorados os sistemas de excitação como uma resposta ao problema de falta de torque sincronizante na década de 60, o que levava o sistema à perda de sincronismo logo após uma forte perturbação. As causas do aparecimento de oscilações pouco amortecidas estão relacionadas, em geral, com a ação de reguladores de tensão, a topologia da rede e o grau de carregamento do SEE. As oscilações eletromecânicas pouco amortecidas ou com amortecimento negativo podem causar problemas como desgaste prematuro nos equipamentos, além de serem prejudiciais à qualidade do fornecimento de energia elétrica.

A modernização dos sistemas de excitação conduz a respostas mais rápidas. Estes tipos de sistemas de excitação apresentam por um lado altos ganhos e baixas constantes de tempo, melhorando o torque sincronizante, mas por outro lado pioram o torque de amortecimento da máquina. No caso de um sistema de potência fraco, carga pesada e geração remota, o aumento do ganho do sistema de excitação aliado a uma constante de tempo baixa, faz decrescer o amortecimento do sistema. Em casos extremos, o amortecimento pode se tornar insuficiente podendo causar instabilidade. Um valor inadequado de amortecimento pode impor algumas restrições à operação do sistema

(redução do ganho dos sistemas de excitação, redução do nível de carregamento das máquinas do sistema, etc.) para que seja garantida a estabilidade dinâmica de SEE.

A estabilidade dinâmica está relacionada ao comportamento da trajetória do sistema na vizinhança do ponto de equilíbrio devido a pequenas perturbações no mesmo. Isto permite o emprego de modelos lineares para a análise e conseqüente aplicação dos recursos fornecidos pela teoria de sistemas lineares. Nos estudos de estabilidade dinâmica, o interesse está em saber se as variações de carga ou da topologia do sistema resultam em um ponto de equilíbrio para o qual o sistema apresenta um amortecimento suficiente, ou que garanta a estabilidade do mesmo.

A estabilidade dinâmica está associada ao conceito de modos eletromecânicos, que são os que predominam na resposta das seguintes variáveis de estado: velocidade angular do rotor ω e o ângulo do rotor δ da máquina síncrona. Em um SEE de (m) máquinas interligadas existem (m-1) modos de oscilação eletromecânicos. Os modos de oscilação eletromecânicos aparecem em um espectro de frequências que varia geralmente de 0.2 a 2.5 Hz. Pode-se dividir este espectro em três faixas de frequências, cada uma das quais associada à participação de parte do sistema. Estes modos são os seguintes:

- Modo de oscilação interárea, associado à oscilação do conjunto de usinas ou máquinas de uma mesma área, com relação ao conjunto de usinas ou máquinas de uma outra área. Devido às grandes inércias envolvidas, a faixa de frequência situa-se entre 0.2 e 0.8 Hz. Nos estudos de estabilidade dinâmica é necessária uma representação detalhada do sistema interligado para obter-se uma avaliação precisa destes modos. Os enrolamentos amortecedores têm pouca atuação neste modo.
- Modo de oscilação local, que corresponde a uma planta oscilando com relação ao conjunto das demais plantas da mesma área. As frequências envolvidas estão na faixa de 1 a 2 Hz. O modo local de oscilação origina-se quando da existência de um sistema fraco de transmissão (tipicamente $X_e > 0.5$ p.u.), entre a usina e seu centro de carga.
- Modo de oscilação intraplanta, associado a oscilações entre as unidades geradoras de uma mesma usina. Normalmente estes modos são bem amortecidos. Como massas reduzidas estão envolvidas, a faixa de frequências envolvidas situa-se entre 2 e 2.5 Hz. Em geral não é desejável que os estabilizadores de sistemas de potência respondam a

tais oscilações e portanto devem ser providenciadas as medidas necessárias para que isto não aconteça. Recentemente o problema do modo intraplanta tem recebido atenção, dado o fato de que geralmente este modo não é levado em conta quando da representação de uma usina através de uma máquina equivalente.

A resposta de cada máquina síncrona do sistema corresponde à soma de todos estes modos, mas em geral um único modo, local ou interárea, é o modo problemático. Os modos de baixas frequências são em geral mais propensos a apresentarem baixo amortecimento do que os modos de frequência mais alta como o modo intraplanta.

Vários são os tipos de controladores, que utilizam-se na indústria, para contornar os problemas das oscilações que se sustentam ou crescem nos sistemas, devido à presença dos modos eletromecânicos pouco amortecidos. Os controladores para amortecer as oscilações eletromecânicas, conhecidos como Estabilizadores de Sistemas de Potência (ESP), adicionados à excitação dos geradores síncronos, são utilizados ampla e eficazmente na indústria para resolver estes problemas. Os ESP's são, geralmente, derivados da velocidade do rotor, frequência elétrica, potência elétrica, potência acelerante ou combinação de dois ou três desse sinais. A finalidade deste controlador é estender os limites de estabilidade dinâmica através da modulação da excitação do gerador de modo a fornecer amortecimento para as oscilações dos rotores das máquinas. Para conseguir um amortecimento adicional, o ESP deve produzir uma componente de torque elétrico de magnitude adequada em uma faixa de frequência que englobe todos os possíveis modos de oscilação eletromecânicos. Este torque gerado deve estar em fase com as variações de velocidade no eixo da máquina. Por isto, a função de transferência do ESP deve compensar o atraso de fase introduzido pelo sistema de excitação, o circuito de campo do gerador e o sistema de potência.

Os controladores são projetados para o ponto de operação do sistema, usualmente utilizando técnicas de controle linear. O modelo linear é obtido por linearização do sistema de equações que descrevem o SEE, em torno do ponto de operação considerado. A metodologia para ajustar os controladores, usada pela indústria, baseia-se em ajustes sequenciais, máquina a máquina, com aplicações recorrentes das técnicas de ajuste clássicas obtidas do caso máquina-barra infinita, isto é, os ESP's dos geradores são projetados um por vez [1]. Embora freqüentemente os resultados obtidos sejam satisfatórios, é possível apontar algumas deficiências neste procedimento, como por exemplo a falta de uma representação mais precisa das interações dinâmicas inter-máquinas e interáreas. Isto em grande parte decorre do fato de que a estratégia adotada não

considera o sistema global, cujo modelo pode representar todas as interações dinâmicas importantes entre seus subsistemas. Outras abordagens levam em conta a coordenação dos controladores, utilizando, para isto, técnicas multivariáveis, as quais permitem projetar vários controladores simultaneamente. Posicionamento de pólos e controle ótimo descentralizado estão entre as técnicas empregadas para tal objetivo [2], [3], [4], e [5] as quais apresentam boas características de convergência e a possibilidade de aplicação a sistemas de grande porte [6], [7].

As severas restrições impostas aos sistemas de potência modernos, devido aos poucos investimentos na área de transmissão, as considerações de impacto ambiental, o constante crescimento da demanda que sobrecarrega o sistema e a questão tão importante da desregulamentação atual dos SEE, levam à operação com reduzidas margens de estabilidade, o que torna necessário um maior e preciso conhecimento dos limites da operação estável sob condições dinâmicas variáveis. Além disso, com a constante expansão dos sistemas de potência que os torna cada vez maiores e mais complexos, interligando múltiplas áreas, é necessário o desenvolvimento de técnicas que considerem as possíveis incertezas que surgem da falta do total conhecimento ou atualização dos sistemas envolvidos, como também as situações não previstas na operação dos mesmos. Este cenário caracteriza o novo paradigma da indústria.

Os SEE modernos caracterizam-se pela interligação de vários subsistemas, distribuídos em uma grande área, formando assim um sistema complexo de grande dimensão. Devido ao afastamento geográfico entre os equipamentos componentes do SEE, é importante incorporar no projeto dos controladores restrições estruturais que limitem a realimentação apenas de sinais locais, ou seja a incorporação no projeto da descentralização do controle. Além disso a estrutura convencional dos controladores, utilizada na indústria, emprega apenas realimentação de saídas. Se este esquema de controle é preservado, que é o caso neste trabalho, uma nova restrição estrutural deve ser incorporada. Embora o esquema convencional de controle do SEE use realimentação dinâmica de saídas, é possível transformar este esquema em uma realimentação estática equivalente de saídas, como será mostrado posteriormente no trabalho.

Considerando-se as restrições e requisitos apresentados, torna-se necessário desenvolver novas técnicas que permitam incorporar a questão da robustez no projeto dos controladores, devido ao aparecimento de incertezas, tornando-os capazes de agir efetivamente ante a ocorrência de várias situações previstas e algumas não previstas na operação do sistema. O objetivo da síntese de um controle robusto é assegurar a

estabilidade assintótica em malha fechada do sistema, além de outros pré-requisitos de desempenho para o mesmo, como a melhoria do amortecimento, para um conjunto de pontos de operação considerados a priori, os quais geram o conjunto de incertezas do sistema. O projeto robusto deve, também, incorporar os requisitos de descentralização, como será mostrado nos capítulos seguintes deste trabalho.

O objetivo deste trabalho é apresentar uma proposta de solução do problema de controle robusto via realimentação estática de saídas em SEE, utilizando para tal efeito controladores do tipo ESP. Consideram-se dois tipos de abordagens para as incertezas neste trabalho, incertezas do tipo posto unitário, e incertezas do tipo politópicas, que serão apresentadas no capítulo 3. O projeto dos ESP's será feito com aplicação de técnicas que resolvem uma equação matricial de Riccati aumentada e modificada, no caso da primeira abordagem para as incertezas, e de inequações matriciais lineares, para a segunda abordagem das incertezas. Mostram-se as vantagens e desvantagens das duas abordagens e técnicas de resolução do problema de controle robusto para SEE.

A estrutura desta dissertação é a seguinte: no capítulo 2 é apresentada a modelagem do SEE, incluindo todos os seus componentes, segundo os requisitos de projeto aqui apresentados; modelagem do sistema aumentado, incorporando-se a dinâmica dos controladores ao sistema; e por último o tipo de incertezas que aparecem nos SEE.

No capítulo 3 é apresentada a questão de robustez e os conceitos básicos relacionados a ela. Também é feita uma revisão geral das incertezas no que se refere ao problema de controle robusto. Apresenta-se o tratamento da descentralização do controle no projeto a ser realizado. São apresentadas as técnicas de projeto utilizadas neste trabalho para o projeto de um controle robusto do tipo ESP para o SEE.

A aplicação destas abordagens aos SEE é feita no capítulo 4, onde serão mostradas as diferentes alternativas consideradas para dois sistemas teste. O primeiro consiste em um sistema máquina-barras infinita, e o segundo em um sistema multimáquina. Com o propósito de verificar a eficiência e performance dos ESP's projetados foram realizadas simulações lineares e não-lineares, mostrando-se assim as vantagens em relação aos controladores projetados pela metodologia clássica ou convencional, utilizada na indústria.

Finalmente, as conclusões gerais do trabalho aqui proposto, e as sugestões para futuras pesquisas nesta linha, são apresentadas no capítulo 5.

Capítulo 2

Representação dos Sistemas de Energia Elétrica

2.1 Introdução

Existem basicamente dois métodos para a modelagem de um sistema físico. O primeiro deles é a identificação das relações entre as suas entradas e as suas saídas. Neste caso, o caminho para representar o comportamento deste sistema é através da ferramenta matemática denominada função de transferência. O outro é usando as leis da física para determinar as equações diferenciais que descrevem o comportamento do sistema.

Modelar um sistema físico utilizando a abordagem por variáveis de estado, consiste em escrever explicitamente as equações diferenciais que representam as características dinâmicas deste sistema. Normalmente, a obtenção de tais equações diferenciais passa por uma análise física aprofundada do funcionamento do sistema em questão. Quando desta análise, tem-se grande interesse na determinação de grandezas físicas ligadas ao processo. Estas grandezas, direta ou indiretamente, são utilizadas na obtenção dos coeficientes destas equações dinâmicas.

Neste capítulo aborda-se a modelagem matemática adotada no trabalho para os equipamentos que compõem o SEE, representado por um conjunto de equações diferenciais e de equações algébricas. A estabilidade em regime permanente ou estabilidade a pequenos sinais de um sistema é analisada em torno de um ponto de operação, que é obtido através da resolução de um sistema de equações algébricas não-lineares (equações de fluxo de carga). Em geral, técnicas lineares, como cálculo de autovalores, são usadas para o estudo da estabilidade do ponto de operação [8]. Para realizar tal procedimento, precisa-se representar o sistema na forma de pequenos sinais em torno do ponto de operação (modelo linear), cujas equações, organizadas de uma maneira adequada, originam as matrizes Jacobiana J e de Estado A , que são empregadas para a

representação do SEE. Embora válido somente para pequenas variações em torno do ponto de equilíbrio, este modelo dá uma boa idéia da evolução da dinâmica do sistema.

O modelo linear também é empregado no ajuste dos controladores do SEE. Quanto mais detalhado é o modelo usado, mais realisticamente este representa o comportamento físico do sistema, mas também cresce em complexidade. Algumas vezes, em um estudo simplificado, um modelo reduzido pode ser suficiente para representar com fidelidade a dinâmica do sistema. Em outras ocasiões isto é inaceitável, devido à presença de outros modos não contemplados na representação simplificada. Este é o caso dos modos interáreas existente entre geradores de duas ou mais áreas distintas [9]. Portanto a modelagem do sistema, ainda que simplificada, deve ser encarada como o ponto de partida para o projeto de ESP.

Nos SEE, a faixa temporal que define o fenômeno em estudo e o tipo de perturbação são uma referência apropriada para estabelecer as restrições que permitam obter um modelo linear válido em termos de satisfazer o compromisso entre simplicidade e qualidade da informação (confiabilidade do modelo). Assim, o chamado Modelo de Heffron-Phillips [10] para o caso de máquina-barras infinita e sua versão multimáquinas [11], mostra-se adequado aos objetivos desejados. Considera-se que, no problema dos estudos da estabilidade de SEE, são feitas suposições que independem do detalhe na representação dos sistemas de controle, das cargas ou das máquinas síncronas, isto é:

1. são representadas apenas as tensões e correntes à frequência fundamental, tanto no estator como na rede;
2. utilizam-se as componentes simétricas quando da existência de condições desbalanceadas;
3. os efeitos da variação da velocidade da máquina sobre a tensão gerada são desprezíveis.

A primeira suposição permite que todas as tensões e correntes da máquina possam ser representadas através de fasores. As equações da rede se transformam em equações algébricas e as grandezas fasoriais das máquinas ficam relacionadas via equações algébricas e diferenciais.

A segunda suposição é necessária se a primeira for aceita, fazendo com que a representação fasorial do modelo de máquina a ser deduzido seja a representação de sequência positiva. Finalmente, a última suposição só tem grande influência nos estudos de estabilidade se a frequência sofrer variações substanciais; neste caso, as hipóteses (1) e (2) devem ser modificadas.

Se as considerações anteriores são válidas, tem-se um modelo apropriado para um estudo sobre a estabilidade de SEE, embora as equações que representam a máquina sejam ainda de relativa complexidade. Além disso, em função do objetivo desejado, são incorporadas algumas restrições adicionais gerando assim diferentes modelos que permitem satisfazer o compromisso entre simplicidade e esforço de cálculo.

2.2 Modelagem do Sistema de Energia Elétrica

2.2.1 Equações da Rede

Neste trabalho considera-se que a dinâmica rápida das linhas de transmissão é desprezível, de tal forma que pode-se representar seus elementos por impedâncias constantes. As equações algébricas do circuito elétrico representando os SEE, são baseadas na lei dos nós para correntes. Isto é:

$$\hat{\mathbf{I}} = \hat{\mathbf{Y}} \hat{\mathbf{V}} \quad (2.1)$$

onde:

$\hat{\mathbf{I}}$ é um vetor contendo as correntes injetadas nas barras

$\hat{\mathbf{V}}$ é um vetor das tensões das barras

$\hat{\mathbf{Y}}$ é a matriz admitância nodal.

A matriz $\hat{\mathbf{Y}}$ é complexa, assim como os vetores $\hat{\mathbf{I}}$ e $\hat{\mathbf{V}}$, na equação (2.1). Como não é conveniente a operação com números complexos a equação (2.1) é desdobrada em $2n$ equações, onde n é o número de barras (nós independentes) do sistema. Cada um dos

elementos complexos $Y_{ij} = G_{ij} + jB_{ij}$ da matriz \hat{Y} original é agora representado por um bloco 2×2 da forma:

$$\begin{bmatrix} G_{ij} & -B_{ij} \\ B_{ij} & G_{ij} \end{bmatrix}$$

entanto que a equação do circuito na forma incremental é modificada para:

$$\Delta \bar{I} = \bar{Y} \Delta V \quad (2.2)$$

onde:

$$\Delta \bar{I}^T = \left[\Delta I_{r1} \Delta I_{m1} \dots \Delta I_{rn} \Delta I_{mn} \right]^T$$

$$\Delta V^T = \left[\Delta V_{r1} \Delta V_{m1} \dots \Delta V_{rn} \Delta V_{mn} \right]^T$$

I_{ri} é a parte real da corrente, $i = 1, \dots, n$

I_{mi} é a parte imaginária da corrente, $i = 1, \dots, n$

V_{ri} é a parte real da tensão, $i = 1, \dots, n$

V_{mi} é a parte imaginária da tensão, $i = 1, \dots, n$

A partir da equação (2.2) observa-se que os elementos da diagonal da matriz Y são as partes reais das admitâncias próprias dos nós do sistema, que são muito menores que suas partes imaginárias.

Reordenando-se as equações para as correntes injetadas, em cada barra k , de $\begin{bmatrix} \Delta I_{rk} & \Delta I_{mk} \end{bmatrix}^T$ para $\begin{bmatrix} \Delta I_{mk} & \Delta I_{rk} \end{bmatrix}^T$ tem-se:

$$\Delta I_M = Y_M \Delta V \quad (2.3)$$

onde:

$$\Delta I_M^T = \left[\Delta I_{m1} \Delta I_{r1} \dots \Delta I_{mn} \Delta I_{rn} \right]^T, \text{ e}$$

Y_M é composta de blocos 2×2 do tipo: $\begin{bmatrix} B_{ij} & G_{ij} \\ G_{ij} & -B_{ij} \end{bmatrix}$

Pode-se ainda rescrever Y_M da seguinte forma, trocando-se o sinal de ΔI , para todas as barras k (com $k = 1, \dots, n$):

$$\begin{bmatrix} B_{ij} & G_{ij} \\ -G_{ij} & B_{ij} \end{bmatrix}$$

Este procedimento resulta em:

$$\Delta I = Y \Delta V \quad (2.4)$$

onde:

$$\Delta I^T = \left[\Delta I_{m1} - \Delta I_{r1} \dots \Delta I_{mn} - \Delta I_{rn} \right]^T$$

Será adotada neste trabalho a formulação apresentada pela equação (2.4), onde os termos diagonais de cada bloco correspondem às partes imaginárias de Y_{ij} , e os termos mútuos correspondem às partes reais para a primeira linha e reais com sinal oposto para a segunda linha. Designar-se-á esta estrutura de Y como a forma real da representação da matriz complexa de admitância de barras. Esta designação deve-se ao fato de todos os seus elementos pertencerem ao conjunto dos números reais \mathcal{R} .

2.2.2 Equações da Máquina Síncrona

As equações das máquinas síncronas são expressas em termos dos seus sistemas de referência d-q (eixo direto e eixo em quadratura). Estas equações podem ser transformadas para o sistema de referência da rede r-m (eixos real e imaginário) de acordo com o deslocamento angular δ entre os eixos das máquinas e o sistema de referência da rede [12]. Então o ângulo δ mede a posição do eixo q com relação ao eixo r. Uma grandeza F expressa nos eixos d-q, pode ser expressa nos eixos r-m, e vice-versa. A mudança de coordenadas é

feita pela matriz de transformação ortogonal T_x , que tem a particularidade de apresentar a mesma matriz de transformação para o caso inverso, isto é:

$$T_x = T_x^{-1} = \begin{bmatrix} -\sin \delta & \cos \delta \\ \cos \delta & \sin \delta \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

tal que:

$$\begin{bmatrix} F_r \\ F_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin \delta & \cos \delta \\ \cos \delta & \sin \delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_d \\ F_q \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

Apresentam-se a seguir as equações diferenciais não-lineares e algébricas que descrevem a máquina síncrona. A partir destas equações, obtêm-se os modelos linearizados de máquinas, usados na análise linear [12]. As equações eletromecânicas de oscilação do rotor da máquina são comuns a todos os modelos. As outras equações variam em forma e em número segundo o grau de detalhe da modelagem e das hipóteses simplificadoras feitas. A análise, aqui apresentada, é feita para uma máquina síncrona de quinta ordem (Modelo 4) e de terceira ordem (Modelo 2), que serão utilizadas nas aplicações a SEE neste trabalho, no capítulo 4.

As equações eletromecânicas de oscilação do rotor da máquina são:

$$2H \dot{\omega} = P_m - P_e - D \omega \quad (2.7)$$

$$\dot{\delta} = \omega_o (\omega - 1) \quad (2.8)$$

onde:

H é a constante de inércia, em $\frac{MW.s}{MVA}$

δ é o ângulo do eixo rotor, em *radianos*

ω é velocidade angular do rotor, em *p.u.*

$\omega_o = 377 \text{ rad/s}$ (velocidade angular nominal do rotor)

D é a constante de amortecimento, em *p.u.*

P_m é a potência mecânica, em *p.u.*

P_e é a potência elétrica, em *p.u.*

As equações (2.7) e (2.8) linearizadas em torno do ponto de operação, determinado a partir do fluxo de carga do sistema, ficam [6], [13]:

$$2 H \Delta \dot{\omega} = \Delta P_m - \Delta P_e - \Delta D \omega \quad (2.9)$$

$$\Delta \dot{\delta} = \omega_o \Delta \omega \quad (2.10)$$

As equações diferenciais que descrevem a máquina síncrona Modelo 4 correspondem a um modelo de quinta ordem [12]. São considerados os efeitos subtransitórios e com pólos salientes, e representa-se um enrolamento amortecedor em cada eixo (d e q), e um enrolamento de campo. As equações diferenciais do rotor da máquina, fazendo as considerações anteriores são as seguintes:

$$\dot{E}_q' = -\frac{1}{T_{do}} [E_q' - (x_d' - x_d'') I_d - E_{fd}] \quad (2.11)$$

$$\dot{E}_q'' = \frac{1}{T_{do}} [E_q' - (x_d' - x_d'') I_d - E_q''] \quad (2.12)$$

$$\dot{E}_d'' = \frac{1}{T_{qo}} [E_d' - (x_q' - x_q'') I_q - E_d''] \quad (2.13)$$

As equações do estator, que são as equações algébricas referentes à queda de tensão interna da máquina considerando-se os efeitos subtransitórios, são:

$$\begin{bmatrix} E_d' - V_d \\ E_q' - V_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_s & x_q' \\ -x_d' & r_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_d \\ I_q \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

$$\begin{bmatrix} V_d \\ V_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin \delta & \cos \delta \\ \cos \delta & \sin \delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_r \\ V_m \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

Linearizando as equações (2.14) e (2.15) em torno do ponto de operação (V_r^o , V_m^o , I_d^o , I_q^o , δ^o), resultam as seguintes equações algébricas para efeitos subtransitórios:

$$\begin{bmatrix} \Delta E_d \\ \Delta E_q \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -\sin \delta_o & \cos \delta_o \\ \cos \delta_o & \sin \delta_o \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta V_d \\ \Delta V_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} V_r^o \cos \delta_o + V_m^o \sin \delta_o \\ V_r^o \sin \delta_o - V_m^o \cos \delta_o \end{bmatrix} \Delta \delta - \begin{bmatrix} r_s & x_q \\ -x_d & r_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta I_d \\ \Delta I_q \end{bmatrix} = 0 \quad (2.16)$$

A potência elétrica P_t nos terminais da máquina é aquela calculada descontando-se as perdas, sendo dada pela seguinte expressão [6]:

$$P_t = V_d I_d + V_q I_q \quad (2.17)$$

Entretanto usa-se na equação de oscilação da máquina a potência de entreferro. Considerando-se os efeitos subtransitórios, a potência é obtida como:

$$P_e = E_d'' I_d + E_q'' I_q - (x_q'' - x_d'') I_d I_q \quad (2.18)$$

cuja forma linearizada é:

$$\Delta P_e = I_d^o \Delta E_d'' + I_q^o \Delta E_q'' + [E_d'' - (x_q'' - x_d'') I_q^o] \Delta I_d + [E_q'' - (x_q'' - x_d'') I_d^o] \Delta I_q \quad (2.19)$$

As equações diferenciais que descrevem a máquina síncrona Modelo 2 correspondem a um modelo de terceira ordem [12]. São considerados os efeitos transitórios e com pólos salientes. Desprezam-se todos os enrolamentos amortecedores e/ou correntes no ferro e seus efeitos ($x_q' = x_d'$, $E_d' = 0$) em cada eixo (d e q), e um enrolamento de campo. A equação diferencial do rotor da máquina, fazendo as considerações anteriores é a seguinte:

$$\dot{E}'_q = -\frac{1}{T'_{do}} [E'_q - (x_d - x'_d)I_d - E_{fd}] \quad (2.20)$$

As equações do estator, que são as equações algébricas referentes à queda de tensão interna da máquina considerando-se os efeitos transitórios no eixo d, são:

$$\begin{bmatrix} -V_d \\ E'_q - V_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_s & x'_q \\ -x'_d & r_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_d \\ I_q \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

E linearizando, novamente, as equações (2.15) e (2.21) em torno do ponto de operação (V_r^o , V_m^o , I_d^o , I_q^o , δ^o), resultam as seguintes equações algébricas para efeitos transitórios:

$$\begin{bmatrix} 0 \\ \Delta E'_q \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -\sin \delta_o & \cos \delta_o \\ \cos \delta_o & \sin \delta_o \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta V_d \\ \Delta V_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} V_r^o \cos \delta_o + V_m^o \sin \delta_o \\ V_r^o \sin \delta_o - V_m^o \cos \delta_o \end{bmatrix} \Delta \delta - \begin{bmatrix} r_s & x'_q \\ -x'_d & r_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta I_d \\ \Delta I_q \end{bmatrix} = 0 \quad (2.22)$$

E a potência elétrica com efeitos transitórios no eixo d, resulta em:

$$P_e = E'_q I_q - (x'_q - x'_d) I_d I_q \quad (2.23)$$

cuja forma linearizada é:

$$\Delta P_e = I_q^o \Delta E'_q + [-(x'_q - x'_d) I_q^o] \Delta I_d + [E'_q{}^o - (x'_q - x'_d) I_d^o] \Delta I_q \quad (2.24)$$

A descrição das equações da máquina síncrona, conforme mostrado anteriormente, dá uma idéia da descentralização inerente ao problema, uma vez que as grandezas envolvidas são funções de variáveis locais, como correntes e tensões de eixo d e q . Partindo-se da premissa que injeções de corrente não nulas nos eixos d e q só aparecem em barras geradoras, seria interessante colocar estas variáveis em função das tensões, diminuindo-se assim o número de variáveis algébricas. Este procedimento é feito em duas

etapas. Inicialmente, através da transformação das correntes e tensões de eixo d e q para os eixos r e m , e em uma segunda etapa, substituindo-se o resultado obtido no conjunto de equações que faz a interconexão da máquina com o resto do sistema (equações de injeções de corrente (2.4)). Observe-se que este procedimento não altera a estrutura da matriz de admitância nodal Y .

2.2.3 Equações do Sistema de Excitação

Existem diversos modelos de sistemas de excitação em uso para estudos em estabilidade a pequenos sinais [14], [15]. No trabalho, aqui apresentado, foram apenas considerados dois tipos de modelo de sistema de excitação. O primeiro modelo considerado corresponde a um sistema de excitação estático de primeira ordem. Este é o modelo de sistema de excitação dinâmico mais simples, no qual representa-se somente a ação do regulador de tensão através do ganho K_a , e da constante de tempo T_a , e cuja saída é limitada devido à saturação, ou limitação de alimentação da fonte do amplificador. Estes parâmetros estão associados com o regulador e/ou o disparo dos tiristores que são colocados na saída do circuito da excitatriz e que são controlados pelo regulador de tensão. Este tipo de excitação caracteriza-se por apresentar resposta rápida em relação aos outros tipos de sistemas de excitação. A máxima tensão de excitação obtida através deste sistema está diretamente relacionada à tensão terminal do gerador. O diagrama de bloco do modelo é mostrado na Figura 2.1.

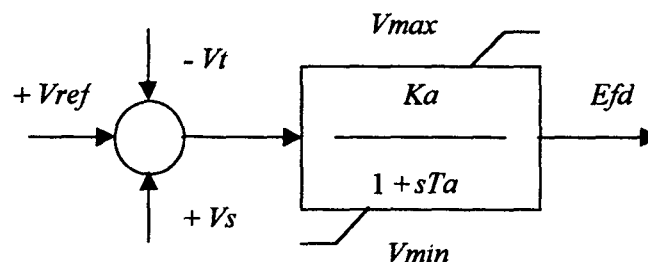


Figura 2.1. Sistema de Excitação Estático.

A principal entrada para este modelo é o sinal de erro de tensão $V_{ERRO} = V_{ref} - V_t$ do terminal do gerador. O sinal V_s corresponde ao sinal adicional do controlador ESP e é somado às outras entradas. Este sinal não atua em regime permanente. Este sinal será considerado ao longo do trabalho como uma ação de controle suplementar $u = \Delta V_s$ devido à presença, no sistema, de controladores projetados para o amortecimento das oscilações eletromecânicas.

As equações para este modelo de sistema de excitação são:

$$\dot{E}_d = -\frac{1}{T_a} E_d + \frac{K_a}{T_a} (V_{ref} - V_t) + \frac{K_a}{T_a} V_s, \quad (2.25)$$

$$V_t^2 = V_r^2 + V_m^2 \quad (2.26)$$

onde:

E_d é a tensão de campo do gerador,

V_t é a tensão terminal da máquina síncrona,

V_{ref} é a tensão de referência, e é constante.

Linearizando-se as equações (2.25) e (2.26) em torno do ponto de operação (V_r^o , V_m^o , I_d^o , I_q^o , δ^o), tem-se:

$$\Delta \dot{E}_d = -\frac{1}{T_a} \Delta E_d - \frac{K_a}{T_a} \Delta V_t + \frac{K_a}{T_a} \Delta V_s, \quad (2.27)$$

$$\Delta V_t = \frac{V_r^o}{V_t^o} \Delta V_r + \frac{V_m^o}{V_t^o} \Delta V_m \quad (2.28)$$

O segundo modelo de sistema de excitação utilizado neste trabalho corresponde ao modelo IEEE tipo ST1 modificado no sentido de desprezar-se a ação de controle de redução de ganho. O diagrama de bloco deste sistema de excitação se mostra na Figura 2.2.

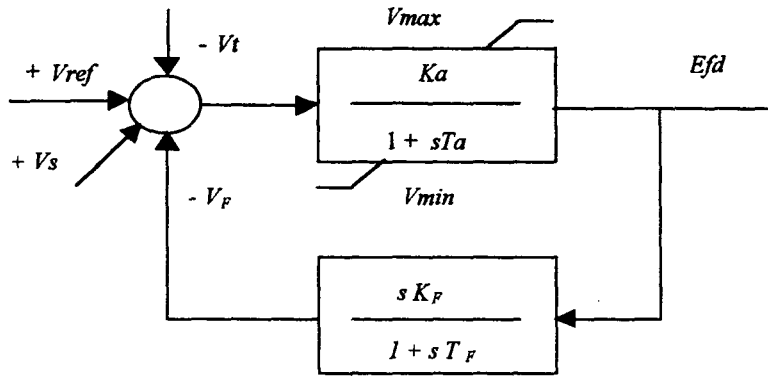


Figura 2.2. Sistema de Excitação IEEE ST1 Modificado.

Este tipo de sistema representa todos os sistemas nos quais a fonte de excitação é sempre suprida através de um transformador colocado no terminal do gerador (ou unidades da barra) e regulada por um retificador controlado. A máxima tensão de excitação obtida através deste sistema está diretamente relacionada à tensão terminal do gerador [14].

As equações para este modelo são obtidas de forma semelhante ao caso anterior. No ramo direto tem-se a seguinte expressão:

$$\Delta \dot{E}_d = \frac{K_a}{T_a} \left(-\frac{1}{K_a} \Delta E_d - \frac{K_p}{T_p} \Delta E_d - \Delta V_t + \Delta x_p + \Delta V_s \right) \quad (2.29)$$

e fazendo-se um desdobramento do bloco derivativo no ramo de realimentação tem-se as seguintes equações para o bloco derivativo equivalente, onde x_p é uma variável auxiliar:

$$\Delta \dot{x}_p = -\frac{1}{T_p} \Delta x_p + \frac{K_p}{T_p^2} E_d \quad (2.30)$$

$$\Delta V_p = \frac{K_p}{T_p} \Delta E_d - \Delta x_p \quad (2.31)$$

onde V_t é a tensão terminal da máquina, dada pela expressão (2.28).

2.2.4 Equações do Estabilizador de Sistemas de Potência

Os controladores de sistemas de potência conhecidos como estabilizadores de sistemas de potência serão representados na sua forma convencional, usadas nas empresas do setor elétrico, como blocos de avanço-atraso de fase, conforme a Figura 2.3. O diagrama da Figura 2.3 apresenta uma função de transferência $G_{ESP}(s)$ que relaciona uma saída $Y_c(s)$ e uma entrada $U_c(s)$. Essa função de transferência é dada por:

$$G_{ESP}(s) = K_c \frac{(1 + sT_1)(1 + sT_3)}{(1 + sT_2)(1 + sT_4)} \quad (2.32)$$

onde T_2 e T_4 são constantes de tempo de atraso de fase correspondentes aos pólos fixados pelo projetista, T_1 e T_3 são as constantes de tempo de avanço de fase que correspondem aos zeros a serem calculados durante o projeto, e K_c é um ganho em p.u. Estes três últimos parâmetros devem ser calculados tendo em vista atender a uma condição mínima de amortecimento de oscilações eletromecânicas do sistema (amortecimento $\geq 5\%$). O bloco washout tem a função de eliminar o efeito de desvios do sinal de entrada do ESP em regime permanente e não faz parte do projeto do sinal adicional. Valores típicos da constante T_w situam-se na faixa de 4 a 20 segundos [10]. O bloco limitador tem a finalidade de evitar grandes excursões do sinal adicional de saída em regime transitório.

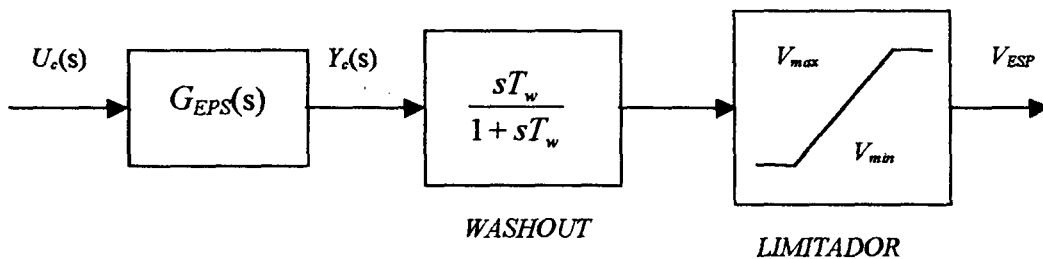


Figura 2.3. Modelo do ESP dinâmico, com um sinal de entrada.

O sinal de entrada do controlador normalmente é uma saída local e exerce influência na escolha das constantes de tempo T_2 e T_4 . É também possível combinar dois

ou mais sinais para a entrada do ESP, obtendo-se o caso de sinal adicional multivariável, como se mostra na Figura 2.4.

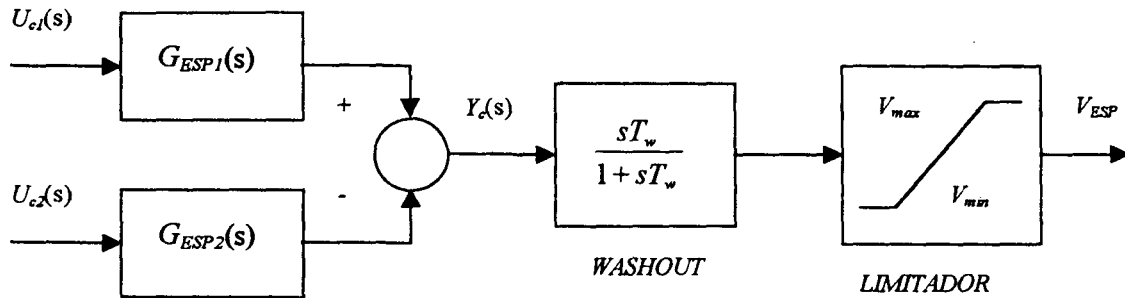


Figura 2.4. Modelo do ESP dinâmico, com dois sinais de entrada (caso multivariável).

Pode-se representar a equação (2.32) na seguinte forma, conveniente para o desenvolvimento a ser apresentado posteriormente:

$$Y_e(s) = \left(\delta_1 + \frac{\beta_1 s + \beta_o}{s^2 + \alpha_1 s + \alpha_o} \right) U_e(s) \quad (2.33)$$

onde:

$$\delta_1 = \frac{K_c T_1 T_3}{T_2 T_4}$$

$$\beta_o = \frac{K_c}{T_2 T_4} \left(1 - \frac{T_1 T_3}{T_2 T_4} \right)$$

$$\beta_1 = \frac{K_c}{T_2 T_4} \left(T_1 - T_3 - \frac{T_1 T_3}{T_2 T_4} (T_2 + T_4) \right)$$

$$\alpha_o = \frac{1}{T_2 T_4}$$

$$\alpha_1 = \frac{T_2 + T_4}{T_2 T_4}$$

Será mostrado em seções posteriores que a determinação dos parâmetros dos controladores pode ser feita transformando-se o problema de realimentação dinâmica de

saídas em um problema de realimentação estática de saídas [16], [17]. Para isto, algumas modificações devem ser efetuadas.

A expressão (2.33) pode ser representada por equações de estados, na Forma Canônica Observável (FCO) [18], [19], [20]:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_{c1} \\ \dot{x}_{c2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\alpha_o \\ 1 & -\alpha_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{c1} \\ x_{c2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \beta_o \\ \beta_1 \end{bmatrix} u_c \quad (2.34)$$

e

$$y_c = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{c1} \\ x_{c2} \end{bmatrix} + \delta_1 u_c \quad (2.35)$$

Considerando-se o caso em que o ESP é do tipo multivariável [19], com sinal adicional combinado de dois sinais, velocidade angular do rotor ω e potência elétrica P_e da máquina, tem-se:

$$G_{ESP1}(s) = G_\omega(s) \quad \text{e} \quad G_{ESP2}(s) = G_{Pe}(s) \quad (2.36)$$

e

$$G_{ESP}(s) = [G_{ESP1}(s) \quad G_{ESP2}(s)] \quad (2.37)$$

então:

$$y_c(s) = [G_\omega(s) \quad G_{Pe}(s)] \begin{bmatrix} u_{c1}(s) \\ u_{c2}(s) \end{bmatrix} \quad (2.38)$$

onde:

$$u_{c1} = \omega$$

$$u_{c2} = P_e$$

As funções de transferência $G_{ESP1}(s)$ e $G_{ESP2}(s)$ apresentam o mesmo denominador, que, como no caso monovariável, têm os pólos fixados para o projeto. Entretanto, os

ganhos e as constantes de tempo referentes aos zeros das funções de transferência devem ser calculados. Estes parâmetros serão designados aqui por K_{c1} , T_1 , T_3 , K_{c2} , T_5 , T_6 , onde as três primeiras variáveis estão associadas a $G_{ESP1}(s)$ enquanto as três últimas estão relacionadas com $G_{ESP2}(s)$. A diferença em relação ao caso monovariável é que surgirão duas variáveis de controle u_{c1} e u_{c2} no caso em que dois sinais de modulação são considerados. Depois de colocar a expressão (2.38) na forma da equação (2.33), pode-se representar na FCO, onde as variáveis β_o , β_l e δ_l serão matrizes linha com dimensão 1×2 cada uma. A representação na FCO, para este caso é a seguinte:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_{e1} \\ \dot{x}_{e2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\alpha_o \\ 1 & -\alpha_l \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{e1} \\ x_{e2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \beta_{o1} & \beta_{o2} \\ \beta_{l1} & \beta_{l2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{e1} \\ u_{e2} \end{bmatrix} \quad (2.39)$$

$$y_e = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{e1} \\ x_{e2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \delta_{11} & \delta_{12} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{e1} \\ u_{e2} \end{bmatrix} \quad (2.40)$$

2.2.5 Formação da Matriz Jacobiana

A ação dos reguladores de velocidade das máquinas síncronas é desprezada no estudo de pequenos sinais que será realizado neste trabalho, em virtude de que sua faixa de funcionamento escapa aos tempos envolvidos nos estudos de estabilidade dinâmica. Além disso, supõe-se que a potência mecânica tenha variação desprezível, de modo que é razoável fazer $\Delta P_m \approx 0$.

Em vista destas considerações, a equação (2.9) relacionada à aceleração da máquina, depende exclusivamente de variações na potência elétrica P_e e de um termo de amortecimento $D \Delta \omega$. Pode-se, então, relacionar as outras equações diferenciais que descrevem o comportamento físico da máquina síncrona, tal como foi mostrado nas seções anteriores, e organizá-las em um vetor de estado, por gerador. Procedimento semelhante pode ser efetuado para os dispositivos de controle, de modo que ao final, tem-se um vetor de estado aumentado contendo os estados de todos os equipamentos com representação dinâmica. Esta sistemática dá uma idéia de organização dos equipamentos por subsistemas e é mais eficiente para a melhor programação computacional do método de ajuste que pretende-se abordar. Da mesma forma procede-se em relação às variáveis algébricas. Estas

variáveis, porém, estão mais relacionadas com as interconexões da rede aos equipamentos. Serão consideradas variáveis algébricas todas as tensões reais e imaginárias de barra.

A equação (2.4) será a base para a formação do conjunto de equações algébricas. A substituição das injeções de corrente devido à presença de máquinas síncronas e dispositivos controladores nesta equação dá lugar a termos que dependem de variáveis de estado e das tensões. Os estados estão relacionados exclusivamente ao dispositivo ligado à barra onde se dá a injeção de corrente, conforme visto na Seção 2.2. Os termos relacionados com as tensões referem-se às ligações dos equipamentos com a rede. Estes últimos termos dão lugar a modificações na matriz que relaciona as variáveis algébricas. Juntando as equações diferenciais, que descrevem os equipamentos (geradores síncronos, cargas dinâmicas e outros dispositivos como os controladores), com as equações algébricas que descrevem a rede e a conexão destes equipamentos à rede, tem-se a seguinte representação singular para o SEE, como um todo:

$$\dot{x} = f(x, z, u) \quad (2.41)$$

$$0 = g(x, z) \quad (2.42)$$

$$y = h(x, z) \quad (2.43)$$

onde:

$x \in \mathcal{R}^n$ é o vetor de variáveis de estado,

$z \in \mathcal{R}^l$ é o vetor de variáveis algébricas,

$u \in \mathcal{R}^m$ é o vetor de entrada,

$y \in \mathcal{R}^p$ é o vetor de saídas,

$f: \mathcal{R}^n \times \mathcal{R}^l \times \mathcal{R}^m \rightarrow \mathcal{R}^n$ é um campo vetorial,

$g: \mathcal{R}^n \times \mathcal{R}^l \rightarrow \mathcal{R}^l$ é um vetor de funções não lineares,

$h: \mathcal{R}^n \times \mathcal{R}^l \rightarrow \mathcal{R}^p$ é um vetor de funções não lineares.

As equações (2.41) representam as equações diferenciais dos equipamentos dinâmicos do SEE. Nas equações (2.42) estão incluídas as equações da rede, e as equações de conexão dos equipamentos dinâmicos à rede. Estas equações relacionam variáveis de estado dos equipamentos com a tensão e a corrente injetada nas barras às quais estes

equipamentos estão conectados. A equação (2.43) representa a saída escolhida para o sistema.

Linearizando-se as equações (2.41), (2.42) e (2.43) em torno de um ponto de operação $(x^\circ, z^\circ, u^\circ)$, obtém-se, o sistema linearizado:

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{x} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_1 & J_2 \\ J_3 & J_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_1 \\ 0 \end{bmatrix} \Delta u \quad (2.44)$$

$$\Delta y = \begin{bmatrix} C_1 & C_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta z \end{bmatrix} \quad (2.45)$$

A equação (2.44) é conhecida como representação do sistema pela matriz Jacobiana aumentada ou não-reduzida, onde $J = \begin{bmatrix} J_1 & J_2 \\ J_3 & J_4 \end{bmatrix}$ é a matriz Jacobiana aumentada [21], [8], e:

$$\begin{aligned} J_1 &= \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right| (x^\circ, z^\circ, u^\circ) & J_2 &= \left. \frac{\partial f}{\partial z} \right| (x^\circ, z^\circ, u^\circ) \\ J_3 &= \left. \frac{\partial g}{\partial x} \right| (x^\circ, z^\circ) & J_4 &= \left. \frac{\partial g}{\partial z} \right| (x^\circ, z^\circ) \\ B_1 &= \left. \frac{\partial f}{\partial u} \right| (x^\circ, z^\circ, u^\circ) \\ C_1 &= \left. \frac{\partial h}{\partial x} \right| (x^\circ, z^\circ) & C_2 &= \left. \frac{\partial h}{\partial z} \right| (x^\circ, z^\circ) \end{aligned}$$

Algumas características em relação a equação (2.44) são:

- A matriz J_i é bloco diagonal, apresentando poucos elementos não-nulos em cada bloco J_{li} , $i = 1, \dots, n_e$, onde n_e é o número de equipamentos do sistema de potência com representação dinâmica. J_{li} tem dimensão 2×2 na representação do ESP com sinal derivado da velocidade angular ω do gerador, e dimensão 1×1 na representação do ESP com sinal derivado da potência elétrica P_e ; e pode apresentar dimensão 2×2 para o modelo mais simples de máquinas (modelo clássico) até dimensão 8×8 (modelo com pólos salientes, enrolamento amortecedores e sistema de excitação IEEE – DC1).

- As matrizes J_2 e J_3 também são bloco-diagonais, sendo uma delas a transposta da outra em estrutura. São matrizes bastante esparsas. Cada submatriz J_{2i} , $i = 1, \dots, n_e$ apresenta números de linhas igual ao número de estados por equipamento e 2 colunas.
- A matriz J_4 é normalmente não singular e tem a mesma estrutura da matriz Y (matriz de admitância nodal). Esta matriz apresenta incidência simétrica e apresenta no máximo $4(n + 2n_l)$ elementos não nulos, onde n_l representa o número de ligações da rede (linhas mais transformadores).

A variável Δz pode ser eliminada de (2.44) e desconsiderando Δ para simplificar a notação, a equação resultante do sistema é:

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (2.46)$$

$$y = Cx \quad (2.47)$$

onde:

$A = (J_1 - J_2 J_4^{-1} J_3)$ é a matriz de estados,

$B = B_1$ é a matriz de entradas,

$C = (C_1 - C_2 J_4^{-1} J_3)$ é a matriz de saídas.

Como será considerado o projeto de um ESP, a matriz de entrada B tem apenas um elemento não nulo por coluna correspondente à entrada do sinal suplementar do regulador automático de tensão (RAT) de cada máquina. O vetor de estados x , e o vetor de entradas u , na equação (2.46) e

(2.47) são:

$$x = [x_1^T \ x_2^T \ \dots \ x_q^T]^T$$

$$u = [V_{ESP1} \ V_{ESP2} \ \dots \ V_{ESPp}]^T$$

onde x_i^T representa o vetor de variáveis de estado da i -ésima máquina, dado neste trabalho por: $x_i^T = [E_q'' E_d'' E_q' \omega \delta E_{fd}]^T$, V_{ESP_i} é a variável auxiliar correspondente ao sinal suplementar aplicado pelo ESP, e o subscrito p é o número de máquinas dotadas de ESP. A matriz de saídas C está relacionada ao tipo de sinal de saída. Neste trabalho são considerados dois sinais, potência elétrica e velocidade angular do rotor da máquina.

A análise da estabilidade dinâmica pode ser feita através do estudo dos autovalores da matriz de estado A . Em muitos trabalhos encontrados na literatura a matriz A é usada explicitamente, sendo determinada a partir da matriz Jacobiana aumentada J , como mostrado anteriormente, ou construída diretamente usando, por exemplo, o modelo Heffron-Philips generalizado. Neste último caso há necessidade de simplificações que tornam o modelo pouco flexível.

O uso da matriz de estados A apresenta no entanto a desvantagem da mesma não ser esparsa. Em contraste, a matriz Jacobiana aumentada J é altamente esparsa (tipicamente 4 a 6 % de elementos não nulo para sistemas de grande porte). Além disso, é muito fácil incluir componentes como compensadores estáticos de reativos e cargas dinâmicas na matriz Jacobiana aumentada.

2.3 Incorporação da Representação de Sinais Estabilizadores

Neste trabalho, mantém-se na modelagem a estrutura convencional do ESP, utilizada nas empresas do setor elétrico, sendo considerado um único bloco de atraso de fase para o caso de sinal derivado da potência elétrica P_e , ou um duplo bloco de avanço de fase para o caso de sinal derivado de velocidade angular do rotor ω da máquina síncrona. A estrutura convencional do ESP, utilizada na indústria, implica em uma realimentação dinâmica de saídas.

Para projetar o controlador robusto pelas técnicas de projeto propostas neste trabalho, é necessário converter o problema de realimentação dinâmica de saídas em um problema de realimentação estática de saídas, determinando-se assim uma matriz de ganho para a realimentação de saídas [20]. Para tal, é conveniente representar as equações que representam o controlador, na forma canônica observável, como foi visto nas equações (2.34), (2.35), (2.39) e (2.40), na seguinte forma:

$$\dot{x}_c = A_c x_c + B_c u_c \quad (2.48)$$

$$y_c = C_c x_c + D_c u_c \quad (2.49)$$

Em malha fechada, tem-se:

$$u = y_c \quad (2.50)$$

$$y = u_c \quad (2.51)$$

Considerando-se a realimentação estática de saídas, e combinando as equações (2.39) e (2.40) do sistema com as equações (2.41) e (2.42) do controlador, através das equações (2.43) e (2.44) para formar um sistema aumentado que incorpore agora também as equações do ESP, obtém-se:

$$\dot{x} = (A + BD_c C)x + BC_c x_c \quad (2.52)$$

$$\dot{x}_c = B_c Cx + A_c x_c \quad (2.53)$$

Pondo as equações do novo sistema na forma matricial, tem-se:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{x}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (A + BD_c C) & BC_c \\ B_c C & A_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ x_c \end{bmatrix} \quad (2.54)$$

Este sistema pode ser desmembrado da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{x}_c \end{bmatrix} = \left[\begin{bmatrix} A & BC_c \\ 0 & A_c \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} B & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -D_c \\ -B_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C & 0 \end{bmatrix} \right] \begin{bmatrix} x \\ x_c \end{bmatrix} \quad (2.55)$$

Fazendo-se:

$$u_a = \begin{bmatrix} -D_c \\ -B_c \end{bmatrix} [C \ 0] \begin{bmatrix} x \\ x_c \end{bmatrix} \quad (2.56)$$

e como

$$y_a = [C \ 0] \begin{bmatrix} x \\ x_c \end{bmatrix} \quad (2.57)$$

tem-se:

$$u_a = -G_a y_a \quad (2.58)$$

que é a nova lei de controle, transformando o problema original de realimentação dinâmica de saídas em um problema de realimentação estática de saídas.

Um novo sistema pode então ser definido, incorporando a dinâmica dos controladores ao sistema original, e descrito pelas seguintes equações:

$$\dot{x}_a = A_a x_a + B_a u_a \quad (2.59)$$

$$y_a = C_a x_a \quad (2.60)$$

onde:

$x_a = [x \ x_c]^T$ é o vetor de estados do novo sistema aumentado,

$u_a = -G_a C_a x_a = -G_a y_a$ é o vetor de entrada aumentado,

e as matrizes aumentadas A_a , B_a , C_a e G_a do novo sistema aumentado são dadas por:

$$A_a = \begin{bmatrix} A & BC_c \\ 0 & A_c \end{bmatrix} \quad B_a = \begin{bmatrix} B & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix}$$

$$C_a = [C \ 0] \quad G_a = \begin{bmatrix} -D_c \\ -B_c \end{bmatrix}$$

No novo sistema aumentado representado pelas equações (2.52) e (2.53), a matriz A_c é uma matriz conhecida, dada pelos parâmetros fixados a priori do controlador (os pólos do controlador são fixados), a matriz C_c também é conhecida, portanto a matriz A_a é conhecida, assim como a matriz B_a do novo sistema. Desta forma a única matriz desconhecida é a matriz de ganhos G_a , da realimentação estática de saídas, dada pelas matrizes incógnitas D_c e B_c . Então deve-se estudar uma estratégia de controle de forma a determinar G_a e conseqüentemente os parâmetros dos controladores que propiciem ao sistema amortecimento satisfatório. É, também, possível aplicar a descentralização na realimentação estática de saídas do sistema, aplicando convenientes restrições sobre a matriz de ganhos G_a .

2.4 Incertezas nos Sistemas de Energia Elétrica

Neste trabalho considera-se o projeto de um controlador ESP robusto, ou seja um ESP capaz de agir eficazmente ante a ocorrência de mudanças no ponto de operação do SEE previamente consideradas na fase de projeto. As incertezas consideradas em um SEE devidas às mudanças do ponto de operação são originadas fundamentalmente pelas variações da configuração de carga e geração do sistema, e pelas mudanças topológicas na rede. Para cada uma destas condições de operação, a linearização do modelo do sistema leva a diferentes sistemas lineares. Por exemplo, considerando-se o chaveamento de uma linha do sistema, tem-se variações em quatro elementos da matriz Jacobiana Aumentada J do sistema dada pela equação (2.44), o que representa um número pequeno de incertezas no sistema. Quando as variáveis algébricas são eliminadas da equação (2.44) para representar o sistema por variáveis de estados, como nas equações (2.46) e

(2.47), um grande número de elementos da matriz de estado A mudam, quando não todos. Portanto, tem-se que o sistema apresenta um grande número de elementos incertos, devido à propagação das incertezas quando passa-se da representação do sistema pela matriz Jacobiana J à representação do sistema por variáveis de estados, como visto na seção 2.2. deste capítulo.

A variação da dinâmica do sistema pode, então, ser modelada como incertezas variantes no tempo, em um modelo linear. Portanto estas mudanças do ponto de operação do sistema geram variações nos elementos da matriz de estado A da representação por

variáveis de estados do SEE, gerando assim um sistema linear incerto, composto de tantos sistemas lineares, produto da linearização do sistema em cada condição de operação, quantos pontos de operação sejam considerados. Dependendo do sinal de saída escolhido pode-se, também, ter incertezas na matriz de saídas C dada na equação

(2.47). Para os sinais usados neste trabalho, isto ocorre apenas para o caso de potência elétrica P_e , já que a velocidade angular do rotor ω da máquina é uma variável de estado do sistema. Nos SEE's não aparecem incertezas na matriz de entradas B , da representação do sistema por variáveis de estados, devido a que os elementos desta matriz estão dados pelos parâmetros do regulador de tensão, o que facilita os cálculos.

A cada ponto de operação é relacionado um par de matrizes (A_i, C_i) , determinadas da representação por variáveis de estados para cada situação prevista na operação do sistema na fase de projeto do controlador ESP. Se é permitido ao ponto de operação variar arbitrariamente dentro de um intervalo pré-estabelecido, então um conjunto ou domínio de pares de matrizes (A_i, C_i) é gerado. Dependendo da definição destes conjuntos ou domínios, temos vários tipos de descrições de incertezas, como será apresentado na seção 3.3 do capítulo seguinte. Este será o conjunto de modelos que deverão ser estabilizados pelo controlador ESP robusto projetado.

Imaginando-se um espaço S , onde cada ponto P_i está relacionado a um sistema dinâmico representado por uma dupla de matrizes (A_i, C_i) . Iniciando-se em um dado ponto de operação e permitindo que este varie dentro de limites do intervalo considerado admissível, então as sucessivas linearizações determinarão uma trajetória finita em S . Desta forma, o conjunto de sistemas a ser estabilizado pelo ESP projetado é dado por esta trajetória. Por razões de modelamento das incertezas, o conjunto de modelos é considerado como sendo o menor poliedro convexo contido em S que contém inteiramente a referida trajetória.

As abordagens para as incertezas em SEE, como serão apresentadas posteriormente, que serão implementadas neste trabalho são duas: incertezas do tipo posto unitário e incertezas do tipo linear convexa ou politópicas. A primeira abordagem será utilizada para a implementação da resolução do problema de controle robusto através da resolução da equação matricial de Riccati, e a segunda abordagem será utilizada na resolução do mesmo problema pelas técnicas de inequações matriciais lineares.

Então, neste ponto da modelagem do SEE, apenas é importante ter dois conjuntos de matrizes, um conjunto para a matriz de estado A e outro conjunto para a matriz de saída C , onde o número de elementos de cada conjunto está dado pelo número de pontos de

operação considerados a priori no projeto do controlador ESP robusto. Sabe-se que as incertezas nos SEE são do tipo paramétricas, pois elas implicam nas variações dos parâmetros do sistema, e estruturadas, porque se conhece onde elas aparecem, ou seja, são totalmente determinadas. Esta classificação geral das incertezas é detalhada no capítulo seguinte.

2.5 Conclusão

Neste capítulo foi apresentada a modelagem adotada neste trabalho para os SEE's. Foram modelados separadamente a rede, os modelos de máquina síncrona adotados, os sistemas de excitação utilizados e os estabilizadores de sistemas de potência utilizados com suas variantes. Uma vez obtida a modelagem separada de todos os componentes do SEE, foi montada a matriz Jacobiana aumentada J , com a qual obtém-se a matriz de estado A e a representação do SEE por variáveis de estados.

Também foi apresentada a modelagem do sistema aumentado, com o qual incorpora-se a dinâmica dos controlador ESP no SEE, obtendo-se um sistema aumentado, onde estão presentes todos os componentes do sistema, incluindo-se os controladores.

Por último, apresentam-se as incertezas que aparecem nos SEE e as modelagens adotadas para as incertezas que serão consideradas no decorrer do trabalho. As modelagens para as incertezas e em particular para as abordagens consideradas neste trabalho serão apresentadas no capítulo seguinte.

Capítulo 3

Conceitos e Técnicas de Controle Robusto para Sistemas de Energia Elétrica

3.1 Introdução

O SEE deve ser capaz de operar em diversas condições distintas, devido às variações normais de carga, padrões distintos de geração, mudanças topológicas na rede e outros fatores. Para cada uma destas condições de operação a linearização do sistema fornece um modelo linear com parâmetros distintos e o esquema de controle deve garantir a estabilidade em malha fechada para cada um destes modelos. Ou seja, o controle deve apresentar robustez às variações paramétricas do sistema, especialmente nos SEE's modernos que operam em condições de reduzida margem de estabilidade dinâmica, onde a questão da robustez é mais crítica.

Por outro lado, o esquema de controle é composto de diversos controladores distribuídos em todo o sistema, cada um agindo sobre uma máquina ou dispositivo FACTS. Cada um destes controladores está restrito, por razões práticas, a utilizar informações locais do equipamento ao qual ele está conectado, e no entanto a sua atuação se faz sentir por todo o sistema. Para que a atuação dos diversos controladores do sistema seja efetiva, os projetos dos mesmos devem ser levado a efeito simultaneamente, levando em consideração a interação entre todos eles. É importante que se faça o projeto efetuando uma coordenação dos diversos controladores do sistema.

Os SEE's modernos caracterizam-se ainda pela interligação de vários subsistemas, distribuídos em uma grande área, formando assim um sistema de grande dimensão, constituído por um número elevado de máquinas e outros dispositivos dotados de controle. Devido ao afastamento geográfico entre os equipamentos, é importante incorporar no

projeto dos controladores robustos restrições estruturais que limitem a realimentação apenas de sinais locais. Isto é, a eliminação da dependência do controlador aplicado a uma máquina das variáveis de saída de outra máquina, ou parte remota do sistema. Além disso a estrutura convencional dos controladores, utilizadas na indústria, emprega apenas realimentação de saídas. Se este esquema de controle é preservado, que é o caso neste trabalho, uma nova restrição estrutural deve ser incorporada. Embora o esquema convencional de controle do SEE use realimentação dinâmica de saídas, foi mostrado, no capítulo anterior, que pode-se transformar este esquema em uma realimentação estática equivalente de saídas.

Este capítulo apresenta os conceitos básicos de controle robusto e as técnicas que serão utilizadas na obtenção de uma lei de controle robusta para um SEE incerto, para diversos pontos de operação, considerando-se as restrições e os requisitos sobre o esquema de controle.

3.2 Conceitos Básicos de Robustez

Para abordar o problema do controle robusto em sistemas de potência é necessário rever alguns conceitos básicos associados à robustez.

A partir do momento em que, para a obtenção de leis de controle, consideram-se modelos que englobam termos relativos a incertezas, verifica-se que os controladores assim obtidos são denominados robustos. Para o projeto de controladores robustos é preciso tratar um conjunto de modelos de uma única vez e garantir um nível mínimo de desempenho para todos eles. Este conceito pode ser formalizado da seguinte maneira:

Controlador robusto [22]. Um controlador é dito robusto com relação a um conjunto de modelos especificados a priori se ele garante um certo nível mínimo de desempenho para qualquer um dos possíveis modelos pertencentes a tal conjunto.

Então robustez é um conceito de conjunto onde o modelo matemático juntamente com as incertezas que o afetam definem um domínio. Portanto, o sistema a ser controlado deve ser visto como um conjunto de modelos definido por este domínio, como será visto na seção 3.3 deste capítulo.

O objetivo da síntese de um controle robusto é assegurar a Estabilidade Assintótica em malha fechada do sistema, além de outros requisitos de desempenho para o mesmo, como a melhoria do amortecimento. O conceito de Estabilidade Quadrática aplicado a sistemas lineares incertos é fundamental na obtenção de uma lei de controle robusta [22].

No contexto de estabilidade quadrática, usualmente busca-se uma função de Lyapunov quadrática cuja derivada temporal seja definida negativa para toda incerteza admissível, o que implica que uma mesma função de Lyapunov deve servir para todos os modelos do conjunto. Note-se que o modelo incerto contém o conjunto de modelos obtidos com a linearização do sistema nos diversos pontos de operação, mas não se restringe a apenas estes modelos, inclui também todos aqueles contidos no menor hipercubo que contém todos os modelos considerado a priori. O sistema físico sujeito a incertezas físicas é representado por um conjunto de modelos matemáticos. Portanto a lei de controle projetada deve garantir as características desejadas para todo o conjunto de modelos.

As condições necessárias e suficientes para a estabilizabilidade quadrática de sistemas lineares com incertezas na matriz de estados do sistema, são apresentadas no teorema dado por Hollot e Barmish em [23].

Na obtenção de uma lei de controle para o sistema linear incerto, está-se interessado em achar um ganho estático que realimentando os estados do sistema, assegura estabilidade quadrática em malha fechada, ou seja que a parte real dos autovalores de todas as matrizes de estado A_i pertencentes ao conjunto ou domínio estejam no semiplano direito. Neste sentido são vários os trabalhos já desenvolvidos na área de controle robusto com realimentação de estados [24], [22]. Neste trabalho está-se interessado em abordar o problema de controle robusto para um sistema linear incerto com realimentação estática de saídas, ou seja, a realimentação estática de apenas alguns estados do sistema.

3.3 Modelagem das Incertezas

Os métodos de controle clássicos consideram, quase sempre, que os modelos que são utilizados para o sistema os representam perfeitamente. A conceitualização de sistemas incertos vem na medida em que se admita que um certo sistema sofre variações nos valores dos seus parâmetros. Esta nova hipótese aproxima os modelos lineares dos sistemas reais; é claro que esta hipótese não se verifica na realidade, ou seja, o comportamento do sistema

real raramente será o comportamento previsto através do modelo. Para que possamos obter garantias a respeito de estabilidade e performance, devemos, portanto, levar em conta de alguma forma as incertezas do modelo. Variações paramétricas não são, contudo, a melhor associação à idéia de robustez. Ela induz à determinação de domínios de estabilidade com relação a pontos de equilíbrio, que normalmente conduzem a variações de ordem apenas diferencial, não afetando, portanto, o desempenho do sistema. Está associada, desse modo, ao conceito de sensibilidade da solução. Assim, em lugar de variação de parâmetros, será utilizado o termo incerteza de parâmetros, que termina por incluir o primeiro e possibilita mais versatilidade de análise, na medida em que permite considerar as situações onde os parâmetros de um modelo sofram variações que não sejam de ordem infinitesimal.

Além de tudo isso, tem-se as incertezas originadas pela variação temporal dos parâmetros do sistema, dado pelos diferentes pontos de operação a serem considerado no projeto do controlador.

Ao longo do trabalho utiliza-se a modelagem matemática temporal para o sistema físico, ou seja, a modelagem por variáveis de estado dos sistemas dinâmicos, empregando-se modelos lineares, da forma:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) \quad (3.1)$$

Normalmente, incertezas nesse tipo de modelo são introduzidas permitindo que a matriz A pertença a um conjunto de matrizes com dimensões apropriadas pertencentes a um domínio \mathcal{A} . Não serão tratadas incertezas associadas diretamente a modelos descritos em função de transferências. Apenas incertezas referentes a esta formulação de modelos serão consideradas.

As incertezas que afetam o modelo de um sistema físico podem ter várias origens, das quais destacam-se as seguintes:

1. Variações paramétricas lentas e contínuas ou bruscas devidas a mudanças em certas condições de funcionamento.
2. Imprecisão na estimação dos valores reais dos parâmetros do modelo do sistema considerado.

3. Aproximações de modelagens tais como linearização de um sistema em torno de um ponto de operação, ou mesmo eliminação de dinâmicas elevadas visando a redução da ordem do modelo matemático, a fim de simplificar o problema.

De acordo com suas origens no modelo do sistema, elas são usualmente classificadas em:

- **Incertezas Paramétricas:** são as incertezas que podem ser atribuídas a variações ou à falta de conhecimento dos valores exatos de determinados parâmetros físicos do sistema.
- **Incertezas Não-Paramétricas:** são geralmente oriundas de dinâmicas negligenciadas do processo, não podendo, assim, ser atribuídas a nenhum parâmetro ou coeficiente físico incerto.

Segundo a maneira pela qual estas incertezas afetam o modelo do sistema, elas são usualmente classificadas em:

- **Incertezas Estruturadas:** são aquelas incertezas das quais tem-se alguma informação sobre a maneira pela qual elas afetam os elementos da matrizes A , B , e C do sistema modelado por variáveis de estado.
- **Incertezas Não-Estruturadas:** são aquelas que não se tem nenhuma informação adicional sobre a maneira pela qual estas incertezas atuam no modelo, além do fato delas serem de norma limitada.

Representando o modelo do sistema linear incerto por variáveis de estado, tem-se as seguintes equações:

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (3.2)$$

$$y = Cx \quad (3.3)$$

onde:

$x \in \mathbb{R}^n$ é o vetor de estados,

$y \in \mathbb{R}^r$ é o vetor de saídas,

$u \in \mathbb{R}^m$ é o vetor de entradas, e

\mathcal{A} , \mathcal{B} , e \mathcal{C} são conjuntos compactos que englobam, respectivamente, matrizes A , B , e C de dimensões apropriadas e com elementos no corpo dos números complexos.

Desta maneira, as equações (3.2) e (3.3) definem uma família de modelos ao invés de um único modelo. Nesta família ou conjunto de modelos, as incertezas são consideradas a partir do momento em que admite-se que as matrizes do modelo matemático podem assumir quaisquer valores possíveis dentro dos seus respectivos conjuntos compactos especificados a priori pelas letras caligráficas, conforme se mostra na Figura 3.1.

Estes conjuntos compactos apresentam-se, geralmente, sob a forma de hiperesferas ou outros poliedros convexos, no espaço de matrizes. Este espaço de matrizes é de dimensão igual ao número de elementos incertos em cada uma destas matrizes. De acordo com as estruturas dos conjuntos compactos \mathcal{A} , \mathcal{B} , e \mathcal{C} definidos em (3.2) e (3.3), tem-se que a caracterização das incertezas que formam o conjunto de modelos a ser tratado pelo controle pode ser feita de várias maneiras. Dependendo da definição deste conjunto, temos vários tipos de descrições de incertezas. Para maiores detalhes dirigir-se a [22], [25].

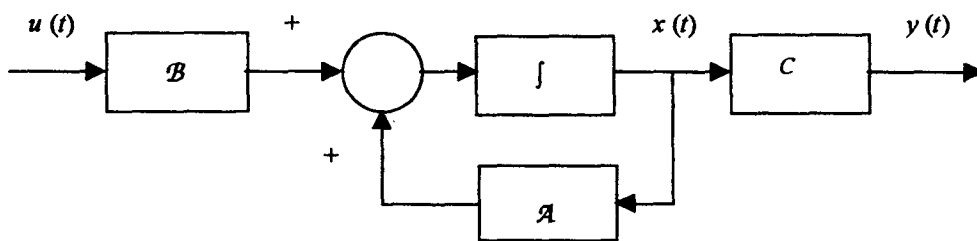


Figura 3.1. Conjunto de modelos no espaço de estados.

Seguindo este critério, as incertezas podem-se classificar em diversos tipos, dentre elas destacam-se as seguintes:

Incerteza do tipo Linear Convexa: as incertezas do sistema descrito pelas equações (3.2) e (3.3) são do tipo linear convexa se \mathcal{A} , \mathcal{B} , e \mathcal{C} puderem ser descritas da seguinte forma:

$$\mathcal{A} \stackrel{\Delta}{=} \{ A : A = \sum_{j=1}^{nr} r_j(t) A_j \}$$

$$\mathcal{B} \stackrel{\Delta}{=} \{ B : B = \sum_{k=1}^{ns} s_k(t) B_k \}$$

$$\mathcal{C} \stackrel{\Delta}{=} \{ C : C = \sum_{l=1}^{nq} q_l(t) C_l \}$$

com:

$$r_j(t) \geq 0 ; j = 1, \dots, nr \text{ e } r_1(t) + \dots + r_{nr}(t) = 1$$

$$s_k(t) \geq 0 ; k = 1, \dots, ns \text{ e } s_1(t) + \dots + s_{ns}(t) = 1$$

$$q_l(t) \geq 0 ; l = 1, \dots, nq \text{ e } q_1(t) + \dots + q_{nq}(t) = 1$$

Nesta definição, os conjuntos \mathcal{A} , \mathcal{B} , e \mathcal{C} definem um domínio convexo fechado, onde as matrizes A_j , B_k e C_l , que são conhecidas, definem os vértices dos politopos (poliedros convexos, que podem ser imaginados como um poliedro onde não existam entradas), respectivamente, daí o nome de incertezas politópicas. Os escalares $r_j(t)$, $s_k(t)$ e $q_l(t)$ permitem a combinação linear convexa destes vértices para a representação dos pontos internos a estes politopos. Estes pontos internos representam valores numéricos admissíveis, respetivamente, para as matrizes A , B e C do modelo.

Definindo-se:

$$na \stackrel{\Delta}{=} \text{número de elementos incertos na matriz } A$$

$$nb \stackrel{\Delta}{=} \text{número de elementos incertos na matriz } B$$

$$nc \stackrel{\Delta}{=} \text{número de elementos incertos na matriz } C$$

tem-se que:

$$nr = 2^{na} = \text{número de vértices de } \mathcal{A}$$

$$ns = 2^{nb} = \text{número de vértices de } \mathcal{B}$$

$$nq = 2^{nc} = \text{número de vértices de } \mathcal{C}$$

então pode-se associar um espaço no qual cada ponto P_i representa uma tripla de matrizes da forma (A_i, B_i, C_i) , tem-se então que a família de modelos definida pelas equações (3.2) e (3.3) forma, neste espaço, um único politopo convexo. Os vértices deste politopo são pontos do tipo:

$$P_V = (A_j, B_k, C_l) ; \{ j = 1, \dots, nr ; k = 1, \dots, ns ; l = 1, \dots, nq \}$$

Os pontos internos a este politopo representam modelos admissíveis para o sistema, e são obtidos a partir de combinações lineares convexas dos vértices P_V . O número de vértices deste politopo é função do número total de elementos incertos nas matrizes A , B , e C do sistema, isto é:

$$n_v = 2^{na+nb+nc}$$

Além disso, a dimensão do espaço no qual o politopo pode ser representado é dada por $na + nb + nc$.

As incertezas modeladas desta maneira são consideradas estruturadas pois pode-se facilmente perceber os limites de variação permitidos para cada um dos elementos das matrizes que definem o modelo. Além disso, geralmente estas incertezas são consideradas paramétricas, pois estão associadas a variações em coeficientes de equações diferenciais os quais, por sua vez, são, via de regra, relacionados intimamente com os parâmetros físicos do sistema.

No caso de definir-se um modelo dentre os possíveis como sendo o nominal, supõe-se que o sistema descrito pelas equações (3.2) e (3.3), pode ser escrito como:

$$\dot{x} = (A_o + \Delta A_o(t))x + (B_o + \Delta B(t))u \quad (3.4)$$

$$y = (C_o + \Delta C(t))x \quad (3.5)$$

com:

$$\begin{aligned} \Delta A(t) &\stackrel{\Delta}{=} D \Delta_A(t) E \\ \Delta B(t) &\stackrel{\Delta}{=} F \Delta_B(t) G \\ \Delta C(t) &\stackrel{\Delta}{=} H \Delta_C(t) W \end{aligned} \quad (3.6)$$

Nesta formulação, A_o , B_o e C_o representam as matrizes que formam o modelo nominal. D , E , F , G , H e W são matrizes constantes que determinam como as incertezas afetam os elementos das matrizes nominais A_o , B_o e C_o , e $\Delta_A(t)$, $\Delta_B(t)$ e $\Delta_C(t)$ são matrizes desconhecidas, somente limitadas em norma, que representam as fontes de incertezas, respectivamente, nas matrizes A , B e C do sistema. Notar que sempre é possível, através de um escalonamento adequado das matrizes D , E , F , G , H e W , normalizar o limite sobre a norma de variação das matrizes incertezas. Isto determina uma nova classificação para as incertezas, cuja definição é a seguinte:

Incerteza Limitada em Norma: as incertezas do sistema descrito pelas equações (3.2) e (3.3) são do tipo limitadas em norma se \mathcal{A} , \mathcal{B} , e \mathcal{C} puderem ser descritas da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \mathcal{A} &\stackrel{\Delta}{=} \{ A : A = A_o + D \Delta_A(t) E ; \|\Delta_A(t)\| \leq 1 \forall t \} \\ \mathcal{B} &\stackrel{\Delta}{=} \{ B : B = B_o + F \Delta_B(t) G ; \|\Delta_B(t)\| \leq 1 \forall t \} \\ \mathcal{C} &\stackrel{\Delta}{=} \{ C : C = C_o + H \Delta_C(t) W ; \|\Delta_C(t)\| \leq 1 \forall t \} \end{aligned}$$

Dado o interesse em obter-se um controlador linear invariante no tempo, utilizando-se realimentação de estados, pode-se rescrever o sistema descrito pelas equações (3.4) e (3.5), em malha fechada, como:

$$\dot{x} = (A_o + \Delta A(t))x + (B_o + \Delta B(t))Kx \quad (3.7)$$

onde o ganho K representa o controle estático considerado, sendo dado pela seguinte expressão:

$$u = K x \quad (3.8)$$

Considerando as equações (3.6), pode-se escrever a equação (3.7) da seguinte maneira:

$$\dot{x} = (A_o + B_o K + D_{AUM} \Delta_{AUM}(t) E_{AUM}) x \quad (3.9)$$

onde:

$$D_{AUM} \stackrel{\Delta}{=} [D \ F]$$

$$E_{AUM}^T \stackrel{\Delta}{=} [E^T \ (G K)^T]$$

$$\Delta_{AUM}(t) \stackrel{\Delta}{=} \text{diag} [\Delta_A(t) \ \Delta_B(t)], \text{ com } \|\Delta_{AUM}(t)\| \leq 1.$$

Definindo-se dois vetores auxiliares: $v \stackrel{\Delta}{=} E_{AUM} x$ e $w \stackrel{\Delta}{=} \Delta_{AUM} v$, as incertezas sobre o modelo podem ser encaradas como um bloco de realimentação incerto [22], limitado em norma, e com estrutura bloco diagonal como se ilustra na Figura 3.2. O objetivo da modelagem deste tipo de incertezas, como um bloco de realimentação incerto, consiste em proporcionar uma nova forma de visualização para as mesmas, e possivelmente apontar direções para tratá-las posteriormente.

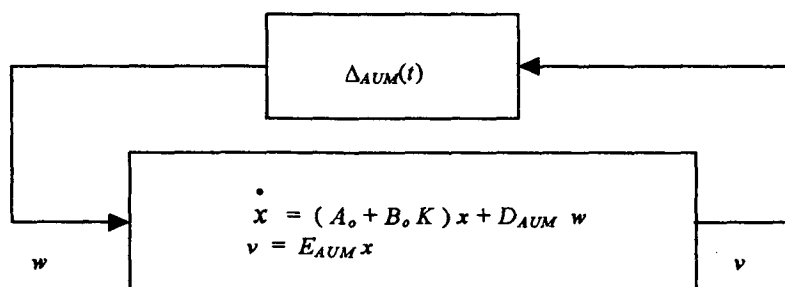


Figura 3.2. Incertezas sobre o modelo, limitadas em norma, e vistas como um bloco de realimentação incerto.

As incertezas Limitadas em Norma são consideradas não-estruturadas, uma vez que, sendo as matrizes que as representam somente limitadas em norma, pouco se sabe sobre a maneira pela qual estas variações afetam os elementos das matrizes nominais do sistema. Normalmente, este tipo de incertezas possui uma natureza não-paramétrica, podendo ser ocasionado, por exemplo por dinâmicas não modeladas do sistema.

Supondo-se que restrições adicionais são impostas sobre a forma de variação dos elementos das matrizes $\Delta_A(t)$, $\Delta_B(t)$ e $\Delta_C(t)$, por exemplo, assumindo-se que as mesmas são bloco-diagonais, caminha-se na direção de um maior conhecimento da maneira pela qual as variações em determinados parâmetros físicos do sistema geram incertezas nos elementos das matrizes nominais do modelo. Assim, um maior grau de estrutura se estabelece. Então, assumindo-se que:

$$\Delta_A(t) = \text{diag} [\Delta_{A_j}(t)] ; j = 1, \dots, na'$$

$$\Delta_B(t) = \text{diag} [\Delta_{B_k}(t)] ; k = 1, \dots, nb'$$

$$\Delta_C(t) = \text{diag} [\Delta_{C_l}(t)] ; l = 1, \dots, nc'$$

defina-se que cada bloco de variação $\Delta_{A_j}(t)$, $\Delta_{B_k}(t)$ e $\Delta_{C_l}(t)$ associado a incertezas em determinadas características do sistema, causa variações nos elementos das matrizes A_o , determinadas por D e E , B_o , determinadas por F e G , e C_o , determinadas por H e W .

Então, levando em conta estas considerações, pode-se definir uma nova classificação para as incertezas, da seguinte maneira:

Incerteza Diagonal: as incertezas do sistema descrito pelas equações (3.2) e (3.3) são do tipo diagonal se \mathcal{A} , \mathcal{B} , e \mathcal{C} puderem ser descritas da seguinte forma:

$$\mathcal{A} \stackrel{\Delta}{=} \{ A : A = A_o + D \Delta_{AE}(t) E ; \Delta_{AE}(t)^T \Delta_{AE}(t) \leq I \}$$

$$\mathcal{B} \stackrel{\Delta}{=} \{ B : B = B_o + F \Delta_{BE}(t) G ; \Delta_{BE}(t)^T \Delta_{BE}(t) \leq I \}$$

$$\mathcal{C} \stackrel{\Delta}{=} \{ C : C = C_o + H \Delta_{CE}(t) W ; \Delta_{CE}(t)^T \Delta_{CE}(t) \leq I \}$$

com:

$$\Delta_{AE}(t) = \text{diag} [\Delta_{A1} \ \Delta_{A2} \ \cdots \ \Delta_{Ana'}]$$

$$\Delta_{BE}(t) = \text{diag} [\Delta_{B1} \ \Delta_{B2} \ \cdots \ \Delta_{Bnb'}]$$

$$\Delta_{CE}(t) = \text{diag} [\Delta_{C1} \ \Delta_{C2} \ \cdots \ \Delta_{Cnc'}]$$

e, também:

$$D = [D_1 \ D_2 \ \cdots \ D_{na'}] ; E' = [E'_1 \ E'_2 \ \cdots \ E'_{na'}]$$

$$F = [F_1 \ F_2 \ \cdots \ F_{nb'}] ; G' = [G'_1 \ G'_2 \ \cdots \ G'_{nb'}]$$

$$H = [H_1 \ H_2 \ \cdots \ H_{nc'}] ; W' = [W'_1 \ W'_2 \ \cdots \ W'_{nc'}]$$

No caso em que na' , nb' e nc' são iguais a na , nb e nc respectivamente, tem-se a situação na qual é disponível a máxima informação sobre a maneira pela qual as incertezas geram variações nos elementos das matrizes nominais do modelo. Também as dimensões dos blocos de geradores de incertezas Δ_{Aj} , Δ_{Bk} e Δ_{Cl} são todas iguais a 1. Sendo assim, cada um destes blocos de incerteza passa a ser considerado como um escalar que pode variar no tempo, porém sempre pertencendo ao intervalo $[-1, 1]$. Portanto, as matrizes D , E , F , G , H e W definem qual elemento das matrizes nominais do modelo é afetado por cada bloco de incertezas.

Neste caso, pode-se definir uma nova maneira de caracterizar-se as incertezas na modelagem. De acordo com a definição anterior, se os blocos geradores de incertezas Δ_{Aj} , Δ_{Bk} e Δ_{Cl} forem escalares, então as matrizes D_i , E_i , F_i , G_i , H_i e W_i tornam-se vetores linha ou coluna, sendo assim representados por letras minúsculas. Também os blocos Δ_{Aj} , Δ_{Bk} e Δ_{Cl} são substituídos por r_i , s_j e q_l , respectivamente. Daí, tem-se as incertezas do tipo posto unitário.

Incerteza Posto Unitário: as incertezas do sistema descrito pelas equações (3.2) e (3.3) são do tipo posto unitário se \mathcal{A} , \mathcal{B} , e \mathcal{C} puderem ser descritas da seguinte forma:

$$\mathcal{A} \stackrel{\Delta}{=} \{ A : A = A_o + \sum_{j=1}^{na} r_j(t) A_j \}$$

$$\mathcal{B} \stackrel{\Delta}{=} \{ B : B = B_o + \sum_{k=1}^{nb} s_k(t) B_k \}$$

$$\mathcal{C} \stackrel{\Delta}{=} \{ C : C = C_o + \sum_{l=1}^{nc} q_l(t) C_l \}$$

com:

$$A_j = d_j e'_j ; j = 1, \dots, na$$

$$B_k = f_k g'_k ; k = 1, \dots, nb$$

$$C_l = h_l w'_l ; l = 1, \dots, nc$$

As restrições sobre o limite das variações dos escalares r_j , s_k e q_l , definem os seguintes conjuntos compactos:

$$\mathcal{R} \stackrel{\Delta}{=} \{ r(t) ; r_j(t) \in [-1, 1] ; j = 1, \dots, na \}$$

$$\mathcal{S} \stackrel{\Delta}{=} \{ s(t) ; s_k(t) \in [-1, 1] ; k = 1, \dots, nb \}$$

$$\mathcal{Q} \stackrel{\Delta}{=} \{ q(t) ; q_l(t) \in [-1, 1] ; l = 1, \dots, nc \}$$

Estas incertezas são denominadas posto unitário devido ao fato de que são formadas por uma soma de matrizes A_j , B_k e C_l que são decorrentes de um produto de dois vetores, o qual gera sempre matrizes com posto unitário. Estas incertezas são altamente estruturadas, uma vez que especifica-se exatamente, através dos vetores d , e , f , g , h e w qual elemento das matrizes do modelo nominal está variando em consequência da incerteza sobre cada elemento dos vetores $r(t)$, $s(t)$ e $q(t)$. Também pode-se esperar que estas incertezas com posto unitário tenham uma natureza paramétrica se associar-se os escalares r_j , s_k e q_l a valores de parâmetros físicos variantes ou cujos valores não sejam perfeitamente conhecidos.

Incerteza do tipo matriz-intervalo: as incertezas do sistema descrito pelas equações (3.2) e (3.3) são do tipo matriz-intervalo se \mathcal{A} , \mathcal{B} , e \mathcal{C} puderem ser descritas da seguinte forma:

$$\mathcal{A} \stackrel{\Delta}{=} \{ A : A = A_o + \sum_{j=1}^{nr} r_j A_j \}$$

$$\mathcal{B} \stackrel{\Delta}{=} \{ B : B = B_o + \sum_{k=1}^{ns} s_k B_k \}$$

$$\mathcal{C} \stackrel{\Delta}{=} \{ C : C = C_o + \sum_{l=1}^{nq} q_l C_l \}$$

com:

$$r_j \in \begin{bmatrix} r_j, \bar{r}_j \\ - \end{bmatrix}$$

$$s_k \in \begin{bmatrix} s_k, \bar{s}_k \\ - \end{bmatrix}$$

$$q_l \in \begin{bmatrix} q_l, \bar{q}_l \\ - \end{bmatrix}$$

onde A_o , B_o e C_o representam (como no caso limitada em norma) os modelos nominais do sistemas, A_j , B_k e C_l com $j = 1, \dots, nr$, $k = 1, \dots, ns$ e $l = 1, \dots, nq$ são matrizes constantes e conhecidas, de dimensões apropriadas, que definem onde irão atuar os parâmetros de incerteza r_j , s_k e q_l com $j = 1, \dots, nr$, $k = 1, \dots, ns$ e $l = 1, \dots, nq$. Notar que estes últimos são limitados, na forma de extremos superior e inferior.

Historicamente, uma restrição típica encontrada na descrição de sistemas lineares incertos e na busca de métodos de sínteses de controladores robusto são as chamadas *matching-conditions*. Tais condições definem a forma como, estruturalmente, a incerteza irá se refletir sobre o modelo. Por último tem-se mais um tipo de caracterização das incertezas:

Matching-Conditions: considere o seguinte sistema linear incerto:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + B_2 u(t)$$

onde:

$$A = A_o + \Delta A$$

$$B_2 = B_{2o} + \Delta B_2$$

sendo ΔA e ΔB_2 incertezas assumidas sobre a condição nominal de funcionamento. Uma descrição para as incertezas do tipo de *matching-conditions* significa, que a incerteza

sobre a matriz dinâmica A do sistema linear incerto irá atuar a partir da matriz de entrada B_2 , na seguinte forma:

$$\Delta A = B_{2o} \Delta_1(q)$$

$$\Delta B_2 = B_{2o} \Delta_2(q) \text{ , para } \|\Delta_2(q)\| \leq 1$$

As hipótese de *matching-conditions* levam, portanto, a uma simplificação dos resultados.

Dependendo da forma como é apresentado, um mesmo modelo do sistema dinâmico pode ser representado por qualquer uma das formas de incertezas. Porém, claramente as incertezas do tipo matriz-intervalo estão incorporadas às incertezas do tipo linear convexa ou politópicas, sendo somente um caso especial, na forma de politopo convexo, onde, então, as triplas de matrizes (A_i, B_i, C_i) , com $i = 1, \dots, n_v$ representam os vértices do politopo, como foi definido anteriormente.

As relações entre as incertezas do tipo limitada em norma e do tipo linear convexa ou politópicas são um pouco mais intrincadas. Incertezas do tipo limitada em norma podem ser descritas como domínios convexos na forma de elipsoides, ou seja, politopos convexos com um número infinito de vértices. Caso cada bloco diagonal nas incertezas do tipo diagonais sejam estritamente diagonais, ou seja, o caso de incertezas do tipo posto unitário, a representação como um domínio convexo na forma dada é imediata. Então, existe uma equivalência entre as definições de incertezas do tipo linear convexa e incertezas diagonais, pois ambos os conjuntos de modelos gerados pelas duas definições têm a mesma forma.

No entanto, é difícil o estabelecimento de relações, por exemplo, quanto ao grau de conservatividade inerente a cada tipo de descrição de incertezas.

3.4 Técnicas de Controle Robusto Adotadas

Várias técnicas foram propostas para a síntese de controladores robustos em SEE, utilizando-se a modelagem temporal adotada neste trabalho. Entre elas pode-se citar a

Teoria de Controle H_∞ , e técnicas baseadas na aplicação de um funcional de custo quadrático como índice de desempenho para o sistema, Custo Garantido, que pode ser resolvida por desigualdades ou inequações matriciais lineares (LMI), ou por uma equação matricial de Riccati aumentada [26], [27]. Uma introdução destas e de outras abordagens pode ser encontrada em [22].

Entre as diferentes técnicas para abordar o problema de controle robusto, que forneça uma lei que garanta a estabilidade quadrática do sistema linear incerto, duas são as consideradas neste trabalho. Nestas abordagens podem-se incorporar os requisitos de realimentação de saídas e a descentralização das mesmas. Na primeira, resolve-se uma equação matricial de Riccati aumentada e modificada, e na segunda resolve-se um problema de otimização via inequações matriciais lineares (LMI).

Conforme a descrição das incertezas mostradas na seção 3.3 deste capítulo, aborda-se as incertezas do tipo posto unitário para a resolução de uma equação de Riccati aumentada e modificada, e as incertezas do tipo linear convexa ou politópicas para a resolução do problema de factibilidade, utilização as técnicas LMI.

A seguir é apresentado a teoria e os fundamentos de estas duas abordagens consideradas no trabalho.

3.4.1 Abordagem pela Equação Matricial de Riccati

A solução do problema do regulador linear quadrático (PRLQ) [7], abordado pela técnica de Custo Garantido ou pelo abordagem de Schmitendorf, envolve a resolução de uma equação matricial de Riccati aumentada, pela inclusão dos termos adicionais relativos à modelagem das incertezas [28], [29]. Estes termos extras são construídos de tal forma a compensar o efeito das incertezas na derivada da função de Lyapunov resultante [30]. A solução da equação de Riccati fornece uma lei de controle e uma função de Lyapunov para o sistema em malha fechada com o controle assim obtido. Além disto, a lei de controle é ótima, no sentido de que ela minimiza um funcional de custo quadrático [7].

Seja o sistema linear incerto, considerando as incertezas do tipo posto unitário, definido pelas seguintes equações:

$$\dot{x}(t) = [A_o + \Delta A(r(t))]x(t) + Bu(t) \quad (3.10)$$

$$y(t) = C x(t) \quad (3.11)$$

com:

$$\Delta A(r(t)) = \sum_{i=1}^k A_i r_i(t) \quad (3.12)$$

onde:

A_o é a matriz de estados nominal do sistema,

k é o número de parâmetros incertos na matriz de estados A ,

$r(t) \in \mathbb{R}^k$ é um vetor que representa os parâmetros incertos, com $|r_i(t)| \leq \bar{r}$; $i = 1, \dots, k$ e $\bar{r} \geq 0$, $r_i(t)$ indica a i -ésima componente do vetor $r(t)$. Este vetor é restringido a ser uma função vetorial mensurável no tempo no sentido de Lebesgue, A_i ; $i = 1, \dots, k$ são matrizes constantes de posto unitário, o que implica que as matrizes podem ser escritas da seguinte maneira:

$$A_i = d_i e_i^T ; i = 1, \dots, k \quad (3.13)$$

com $d_i, e_i \in \mathbb{R}^n$.

Notar que sempre é possível decompor uma matriz arbitraria A_i de dimensão $n \times n$ em uma soma de matrizes de posto unitário [28]. Isto é, A_i pode ser escrita como:

$$A_i = \sum_{j=1}^p A_{ij} \quad (3.14)$$

com A_{ij} de posto unitário. Consequentemente, se $A_i r_i$ é substituída por $\sum_{j=1}^p A_{ij} r_{ij}$ e a restrição

$|r_{ij}(t)| \leq \bar{r}$ é incluída para todo i e j , tem-se que esta sobre-limitação das incertezas resultará em um sistema que satisfaça a condição de posto unitário.

Tendo em conta a decomposição anterior, define-se as duas seguintes matrizes simétricas positivas semi-definidas:

$$T \triangleq \bar{r} \sum_{i=1}^k d_i d_i^T \quad U \triangleq \bar{r} \sum_{i=1}^k e_i e_i^T \quad (3.15)$$

tendo-se assim, uma forma de incluir, como termos adicionais, as incertezas do sistema, assim modeladas, na equação matricial de Riccati. O teorema que fundamenta a utilização desta equação de Riccati aumentada em estes termos adicionais, é o seguinte:

Teorema 3.1: *Sejam duas matrizes simétricas positivas definidas Q e R , com dimensões apropriadas e escolhidas arbitrariamente. Se, para algum $\varepsilon > 0$, a equação de Riccati aumentada seguinte:*

$$P A_o + A_o^T P - P \left[\frac{1}{\varepsilon} (2BR^{-1}B^T) - T \right] P + U + \varepsilon Q = 0 \quad (3.16)$$

admite uma solução simétrica positiva definida P ($P \geq 0$), então:

$$u(t) = K x(t) \quad (3.17)$$

com

$$K = -\frac{1}{\varepsilon} R^{-1} B^T P \quad (3.18)$$

é uma lei de controle estabilizante para o sistema linear incerto¹ (definido pelas equações (3.10) e (3.11)).

É importante notar neste ponto que a decomposição de posto unitário de A_i não é única. Por exemplo, d_i pode ser multiplicada por um escalar qualquer se e_i é dividida pelo mesmo escalar, podendo-se ter infinitos escalonamentos para estes vetores. Este fato resulta em que a limitação quadrática do método dado na seqüência pode falhar para uma descomposição de A_i e ser efetiva para outra. Até agora, não existe um método sistemático para a escolha da melhor decomposição de posto unitário para a matriz A_i , ou seja, para a

¹Demonstração deste teorema e considerações a respeito do mesmo pode-se encontrar em [30], [22]

escolha de escalonamento dos vetores d_i e e_i . Então, isto pode ser considerado como um parâmetro de projeto, constituindo assim mais um grau de liberdade do projetista, sendo que o primeiro é dado pela escolha das matrizes Q e R . A escolha de uma decomposição adequada, que leve a obter uma solução, para esta matriz A_i constitui umas das áreas de pesquisa atualmente.

As matrizes Q e R cumprem uma função parecida à função que desempenham no PRLQ, ou seja a matriz Q é uma matriz simétrica semi-definida positiva que pondera os estados, e a matriz R é uma matriz simétrica definida positiva que pondera os esforços de controle e impede que estes atinjam valores irrealísticos. A escolha de Q e R é arbitrária, e é, então, um parâmetro de projeto. A escolha destas matrizes não influi na existência ou não de uma solução, conforme o teorema seguinte, mas sim pode alterar o resultado final do projeto. Isto é válido apenas para o caso em que não se tem incertezas na matriz de entradas B [30] que é o caso dos SEE.

Uma outra observação importante é concernente aos limites de variação dos parâmetros incertos. Assumindo-se que cada parâmetro satisfaz o mesmo limite. Por exemplo, que $|r_i(t)| \leq \bar{r}$ em vez de ter-se limites separados, ou seja $|r_i(t)| \leq \bar{r}_i$. Esta consideração pode ser feita sem perda de generalidade. Então, alguma variação nos limites das incertezas pode ser eliminada escolhendo um escalonamento conveniente para a matriz A_i .

Teorema 3.2: *Assumindo que, para dadas matrizes simétricas positivas definidas Q e R , existe um escalar $\varepsilon > 0$ tal que a equação aumentada de Riccati (3.7) admite uma solução definida positiva P . Então, para quaisquer Q' e R' simétricas definidas positivas, existe um ε^* com a seguinte propriedade: para qualquer $\varepsilon' \in [0, \varepsilon^*]$, a seguinte equação de Riccati aumentada:*

$$P A_o + A_o^T P - P \left[\frac{1}{\varepsilon'} (2BR'^{-1}B^T) - T \right] P + U + \varepsilon' Q' = 0 \quad (3.19)$$

admite uma solução simétrica positiva definida P ($P \geq 0$)².

²Demonstração deste teorema e considerações respeito ao mesmo pode-se encontrar em [28].

A existência de uma solução simétrica positiva definida P para a equação matricial de Riccati aumentada (3.16) não é tão evidente como no contexto da equação de Riccati no problema de controle ótimo [31], [24]. Este resultado fornece uma condição apenas suficiente para a existência de uma lei de controle estabilizante, via realimentação estática de estados, que forneça estabilidade quadrática para o conjunto de modelos considerados. É possível, ainda, que a equação de Riccati aumentada (3.16) não forneça uma matriz P solução para nenhum valor de ε , mesmo que o sistema linear incerto descrito pelas equações (3.10) e (3.11) seja quadraticamente estabilizável.

Outra questão importante a ser considerada quando se está projetando uma lei de controle para um sistema incerto é a consideração da descentralização do controle, ou seja, deve-se evitar a realimentação de sinais de uma máquina ou dispositivo, ou parte remota do sistema (devido ao afastamento geográfico) para uma outra máquina ou dispositivo do sistema. Com isto elimina-se os ganhos cruzados na matriz de ganhos, obtida como solução do problema de realimentação estática descentralizada de estados ou saídas, dependendo da escolha do problema. Do contrário, se teria uma troca de sinais entre todas as máquinas e dispositivos da rede, o que implicaria em um esforço muito grande do controle, o que não é muito prático nem aconselhável.

No caso de realimentação estática de estados, equação (3.17), a restrição estrutural para atender o requisito de descentralização está dada pela eliminação dos ganhos cruzados, ficando a matriz de ganho estáticos com uma estrutura do tipo bloco-diagonal.

Sejam os vetores de estados e de controles do sistema particionados em N subsistemas, com variáveis de estados e variáveis de controle locais, da seguinte maneira:

$$x^T = [x_1^T \ x_2^T \ \cdots \ x_N^T] \quad (3.20)$$

$$u^T = [u_1^T \ u_2^T \ \cdots \ u_N^T] \quad (3.21)$$

onde:

$$x_i \in \mathbb{R}^{n_i} ; i = 1, 2, \dots, N$$

$$u_i \in \mathbb{R}^{m_i} ; i = 1, 2, \dots, N.$$

Então, o controle descentralizado impõe a seguinte lei de controle:

$$u^T(x) = [u_1^T(x_1) \ u_2^T(x_2) \cdots u_N^T(x_N)] \quad (3.22)$$

A equação (3.22) indica que qualquer controle local depende exclusivamente dos estados locais, então para ter-se realimentação estática de estados dada pela equação (3.17), a lei de controle deve satisfazer à seguinte restrição estrutural:

$$K - \begin{bmatrix} k_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & k_2 & \cdots & 0 \\ . & . & . & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & k_N \end{bmatrix} = 0 \quad (3.23)$$

onde:

$k_i \in \mathbb{R}^{m_i \times n_i}$; $i = 1, \dots, N$ são os ganhos estáticos dos N subsistemas, e

$$\sum_{i=1}^N n_i = n$$

$$\sum_{i=1}^N m_i = m$$

Assim, cada bloco diagonal k_i na matriz de realimentação K representa um controlador local, por exemplo um ESP, e pode-se considerar os diferentes controladores do sistema como se fosse um único controlador com uma estrutura descentralizada.

A expressão (3.23) pode, também, ser escrita da seguinte maneira:

$$K - \text{bloco-diagonal} [k_1 \ k_2, \cdots, k_N] = 0 \quad (3.24)$$

No controle por realimentação de estados, tem-se: $u(x) = - K x$, e no caso de controle por realimentação de saídas, a lei de controle é dada pela seguinte expressão [7]:

$$u(y) = - G y \quad (3.25)$$

e substituindo (3.11) na equação (3.25), tem-se:

$$y = - G C x \quad (3.26)$$

e definindo-se a matriz de ganho $K = G C$, obtém-se a realimentação de saídas, com a restrição estrutural mostrada a seguir:

$$K C^T = G C C^T$$

$$K C^T (C C^T)^{-1} = G$$

e substituindo-se esta última expressão em $K = G C$, tem-se:

$$K = K C^T (C C^T)^{-1} C$$

onde a restrição estrutural é dada pela seguinte expressão:

$$K (I - C^T (C C^T)^{-1} C) = 0 \quad (3.27)$$

Então, se K satisfaz a equação (3.27), o ganho de realimentação de saídas é dado pela seguinte expressão:

$$G = K C^T (C C^T)^{-1} \quad (3.28)$$

Considerando-se agora o problema da realimentação descentralizada de saídas, é desejável encontrar uma estratégia de controle do tipo de realimentação de saídas locais, pelas razões anteriormente expostas. O caso mais simples a considerar é quando a saída depende somente dos estados locais, ou seja cada saída local é uma função linear dos estados locais. Este é o caso mais particular, e é o caso do sinal derivado da velocidade angular do rotor ω da máquina por exemplo.

Então da equação (3.11), tem-se:

$$y_i(x_i) = C_i x_i \quad (3.29)$$

Isto é:

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_1 & 0 \\ & C_2 \\ & \vdots \\ 0 & C_N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_N \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

Da equação (3.25), para cada subsistema, tem-se:

$$u_i(y_i) = - G_i y_i \quad (3.31)$$

Isto é:

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_N \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} G_1 & 0 \\ & G_2 \\ & \vdots \\ 0 & G_N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_N \end{bmatrix} \quad (3.32)$$

Neste caso como cada saída local depende exclusivamente do vetor de estados locais, substituindo-se (3.29) em (3.31), ou (3.30) em (3.32) pode-se escrever:

$$u_i(y_i) = - G_i C_i x_i \quad (3.33)$$

Isto é:

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_N \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} G_1 & 0 \\ & G_2 \\ & \vdots \\ 0 & G_N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_1 & 0 \\ & C_2 \\ & \vdots \\ 0 & C_N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_N \end{bmatrix} \quad (3.34)$$

Efetando o produto das matrizes anteriores, tem-se:

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_N \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} G_1 C_1 & & 0 \\ & G_2 C_2 & \\ & & \ddots \\ 0 & & & G_N C_N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_N \end{bmatrix} \quad (3.35)$$

Portanto, uma estratégia equivalente de realimentação de saídas será obtida se e somente se existe uma matriz G_i tal que $K_i = G_i C_i$, onde $G_i \in \mathfrak{R}^{m_i \times p_i}$ e $C_i \in \mathfrak{R}^{p_i \times n_i}$; $i = 1, 2, \dots, N$ e $\sum_{i=1}^N p_i = p$. Deve-se verificar, por conseguinte, a restrição estrutural dada pela equação (3.27).

Então, tem-se:

$$\begin{cases} G_1 C_1 = K_1 \\ G_2 C_2 = K_2 \\ \vdots \\ G_N C_N = K_N \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} G_1 = K_1 C_1^T (C_1 C_1^T)^{-1} \\ G_2 = K_2 C_2^T (C_2 C_2^T)^{-1} \\ \vdots \\ G_N = K_N C_N^T (C_N C_N^T)^{-1} \end{cases} \quad (3.36)$$

onde:

$$\begin{cases} K_1 = K_1 C_1^T (C_1 C_1^T)^{-1} C_1 \\ K_2 = K_2 C_2^T (C_2 C_2^T)^{-1} C_2 \\ \vdots \\ K_N = K_N C_N^T (C_N C_N^T)^{-1} C_N \end{cases} \quad (3.37)$$

Finalmente a restrição estrutural $L = F(K) = 0$ para a realimentação descentralizada de saídas que dependem apenas de estados locais é:

$$F(K) = K - \begin{bmatrix} K_1 C_1^T (C_1 C_1^T)^{-1} C_1 & & 0 \\ & K_2 C_2^T (C_2 C_2^T)^{-1} C_2 & \\ & & \ddots \\ 0 & & & K_N C_N^T (C_N C_N^T)^{-1} C_N \end{bmatrix} = 0 \quad (3.38)$$

Pode-se, também, escrever esta restrição da seguinte maneira:

$$K - \text{bloco-diagonal} [G_1 \ G_2 \ \cdots \ G_N] = 0 \quad (3.39)$$

No caso mais geral, a saída local pode depender de variáveis de estados locais e/ou algumas variáveis de estados associadas a equipamentos remotos do sistema, como é o caso de sinal derivado da potência elétrica P_e do sistema, por exemplo.

Então, neste caso, tem-se:

$$u_i(x) = -G_i C_i x = -K_i x \quad (3.40)$$

Isto é:

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_N \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} G_1 & 0 \\ & G_2 \\ & & \ddots \\ 0 & & & G_N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_N \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} G_1 & 0 \\ & G_2 \\ & & \ddots \\ 0 & & & G_N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_1 x \\ C_2 x \\ \vdots \\ C_N x \end{bmatrix} \quad (3.41)$$

Efetuada a produto da matriz G e o vetor coluna C , dados, tem-se:

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_N \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} G_1 C_1 \\ G_2 C_2 \\ \vdots \\ G_N C_N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_N \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} K_1 \\ K_2 \\ \vdots \\ K_N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_N \end{bmatrix} \quad (3.42)$$

onde:

$$\begin{cases} G_1 C_1 = K_1 \\ G_2 C_2 = K_2 \\ \vdots \\ G_N C_N = K_N \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} G_1 = K_1 C_1^T (C_1 C_1^T)^{-1} \\ G_2 = K_2 C_2^T (C_2 C_2^T)^{-1} \\ \vdots \\ G_N = K_N C_N^T (C_N C_N^T)^{-1} \end{cases} \quad (3.43)$$

Portanto, tem-se:

$$\begin{cases} K_1 = K_1 C_1^T (C_1 C_1^T)^{-1} C_1 \\ K_2 = K_2 C_2^T (C_2 C_2^T)^{-1} C_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ K_N = K_N C_N^T (C_N C_N^T)^{-1} C_N \end{cases} \quad (3.44)$$

Finalmente a restrição estrutural $L = F(K) = 0$ para obter-se realimentação descentralizada de saídas, que no caso mais geral dependem tanto de variáveis de estados locais como remotas, é:

$$F(K) = K - \begin{bmatrix} K_1 C_1^T (C_1 C_1^T)^{-1} C_1 \\ K_2 C_2^T (C_2 C_2^T)^{-1} C_2 \\ \cdot \\ K_N C_N^T (C_N C_N^T)^{-1} C_N \end{bmatrix} = 0 \quad (3.45)$$

—Esta restrição estrutural é talvez a mais rigorosa de todas as restrições apresentadas, e em razão disto paga-se um preço na determinação da matriz de ganhos em termo de cálculos [20].

Até agora foi visto o problema do controle robusto devido às incertezas no modelo linear do sistema, e também foi feita uma revisão das diversas restrições estruturais que devem ser consideradas nos controladores projetados. Com o fim de incorporar a restrição estrutural relativa ao problema em questão, em [7] e [32] pode-se ver como é incorporado no problema de controle ótimo uma restrição estrutural genérica, através da adição de um termo na equação matricial de Riccati, obtendo-se assim uma equação matricial de Riccati modificada, conhecida como equação matricial de Riccati generalizada. Esta restrição genérica pode ser qualquer uma das vistas anteriormente. É importante destacar que o ganho com restrições estruturais é determinado em função de uma matriz de parametrização arbitrária. O seguinte teorema formaliza esta questão [7]:

Teorema 3.3: *Seja a matriz de ganho $K \in \mathbb{R}^{m \times n}$ tal que:*

$$K + L = R^{-1}B^T P \quad (3.46)$$

onde $L \in \mathbb{R}^{m \times n}$ é uma matriz arbitrária e P é uma matriz simétrica, positiva-definida e a solução da seguinte equação matricial de Riccati generalizada:

$$P A + A^T P - P B R^{-1} B^T P + Q + L^T R L = 0 \quad (3.47)$$

Então:

$$u(t) = K x(t) \quad (3.48)$$

é uma lei de controle estabilizante para o sistema linear³ (descrito pelas equações (2.45) e (2.46) do capítulo anterior).

Uma vez abordado o problema de controle robusto devido a presença de incertezas, e resolvido através de uma equação matricial de Riccati aumentada, e visto que é possível incorporar uma restrição estrutural genérica no problema de controle ótimo, através de uma equação matricial de Riccati modificada, pode-se ver em [24] que é possível juntar as duas abordagens, com o objetivo de obter-se um controlador robusto, ótimo e que atenda as restrições estruturais genéricas. O teorema seguinte, fazendo uso do conceito de estabilidade assintótica, prova que é possível juntar as duas abordagens [24].

Teorema 3.4: *Sejam duas matrizes simétricas positivas definidas Q e R , e $L \in \mathbb{R}^{m \times n}$ com dimensões apropriadas e escolhidas arbitrariamente. Se, para algum $\varepsilon > 0$, a equação matricial de Riccati aumentada e modificada seguinte:*

$$P A_o + A_o^T P - P \left[\frac{1}{\varepsilon} (2 B R^{-1} B^T) - T \right] P + U + \varepsilon \{ Q + L^T R L \} = 0 \quad (3.49)$$

admite uma solução simétrica positiva definida P ($P \geq 0$), então o sistema linear incerto:

³A demonstração deste teorema encontra-se em [33].

$$\dot{x}(t) = (A_o + \Delta A(t) + BK)x(t) \quad (3.50)$$

com

$$K = -\frac{1}{\varepsilon} R^{-1} B^T P + L \quad (3.51)$$

é assintoticamente estável para qualquer $\Delta A(t)$ admissível.

Demonstração: Seja $V(x) = x^T P x$ uma função candidata de Lyapunov para o sistema em malha fechada (3.50). A derivada desta função ao longo das trajetórias do sistema é:

$$\dot{V}(x) = x^T \left\{ (A_o + \Delta A - BK)^T P + P (\Delta A^T P + P \Delta A) \right\} x \quad (3.52)$$

Usando a expressão para o ganho de realimentação dado na equação (3.51), tem-se:

$$\dot{V}(x) = x^T \left\{ A_o^T P + P A_o - \frac{2}{\varepsilon} P B R^{-1} B^T P + L^T B^T P + P B L \right\} x + x^T \left\{ \Delta A^T P + P \Delta A \right\} x \quad (3.53)$$

Tem-se que:

$$2x^T P \Delta A x = x^T (\Delta A^T P + P \Delta A) x \quad (3.54)$$

e utilizando a decomposição da matriz A_i de posto unitário vista anteriormente:

$$2x^T P \sum_{i=1}^p r_i(t) A_i x = 2x^T P \sum_{i=1}^p r_i d_i e_i^T x$$

tem-se:

$$2x^T P \sum_{i=1}^p r_i d_i e_i^T x \leq 2\bar{r} \sum_{i=1}^p \left| x^T P d_i e_i^T x \right|$$

$$\begin{aligned}
&\leq \bar{r} \sum_{i=1}^p (x^T P d_i)^2 + \bar{r} \sum_{i=1}^p (e_i x)^2 \\
&= \bar{r} x^T P \sum_{i=1}^p d_i d_i^T P x + \bar{r} x^T \sum_{i=1}^p e_i e_i^T x
\end{aligned}$$

e lembrando as definições das matrizes T e U , dadas em (3.15), tem-se:

$$= x^T PTP x + x^T U x \quad (3.55)$$

Na obtenção da expressão (3.55) foi feita uma majoração, utilizando o fato da desigualdade $2|ab| \leq a^2 + b^2$, para quaisquer escalares a e b ⁴.

Usando (3.54) e (3.55) em (3.53), tem-se:

$$\dot{V}(x) \leq x^T \left\{ A_o^T P + P A_o - \frac{2}{\varepsilon} P B R^{-1} B^T P + L^T B^T P + P B L + PTP + U \right\} x \quad (3.56)$$

Agora, usando a equação matricial de Riccati aumentada e modificada, dada em (3.49), tem-se:

$$\begin{aligned}
\dot{V}(x) &\leq x^T \left\{ L^T B^T P + P B L - \frac{1}{\varepsilon} P B R^{-1} B^T P - \varepsilon (Q + L^T R L) \right\} x \\
&= x^T \left\{ ((\varepsilon R)^{-1} B^T P - L)^T \varepsilon R ((\varepsilon R)^{-1} B^T P - L) - \varepsilon Q \right\} x \\
&\leq -\varepsilon x^T Q x
\end{aligned} \quad (3.57)$$

Considerando $\lambda_{\min}[Q]$ o menor autovalor de Q , tem-se:

⁴Esta majoração introduz uma restrição muito forte nesta abordagem fazendo-a muito restritiva e conservativa. Mas adiante serão discutidas as limitações desta abordagem em virtude da experiência obtida, pondo em evidência as diferenças entre esta abordagem e a abordagem proposta no trabalho

$$\dot{V}(x,t) \leq -\varepsilon x^T Q x \leq -\varepsilon \lambda_{\min}[Q] \|x\|^2$$

Portanto, fazendo-se $\alpha = \varepsilon \lambda_{\min}[Q]$, tem-se:

$$\dot{V}(x,t) \leq -\alpha \|x\|^2$$

e a estabilidade assintótica está assegurada pelo teorema de Lyapunov.

Em [24] foi implementado um algoritmo para a obtenção do ganho estático no caso de realimentação de estados. A equação matricial de Riccati aumentada nos termos adicionais T e U , que representam as incertezas do sistema, e modificada com a restrição L , e que pode ser qualquer restrição genérica, pode-se usar para o caso de realimentação de saídas utilizando o mesmo algoritmo proposto em [27], [31], e [34] aqui apresentado.

Definindo-se:

$$K_d = K_{ob} - L \quad (3.58)$$

onde:

K_d é o ganho estático - K com a estrutura desejada,

K_{ob} é o ganho obtido do processo iterativo do algoritmo que procura as matrizes P e $L = f(P)$, $L = F(K) = 0$ é a restrição estrutural, que neste caso assegura a realimentação descentralizada de saídas, e tem uma estrutura similar à dada anteriormente, nesta seção.

Para simplificar as notações define-se também a seguinte expressão:

$$\Psi(P) = P A_o + A_o^T P - P \left[\frac{1}{\varepsilon} (2BR^{-1}B^T) - T \right] P + U \quad (3.59)$$

Algoritmo 3.1

- *Passo 1:* Inicialize as matrizes simétricas positivas definidas Q e R , $\varepsilon = \varepsilon_o$, $\alpha < 1$, $j = 1$, δ e tol como números positivos pequenos, e $L = 0_{m \times n}$.

- *Passo 2: Resolva $\Psi(P_l) = -\varepsilon\{Q + L^T(R + \delta I)L\}$ para P_l .*
- *Passo 3: Se não há solução então $\varepsilon = \alpha \varepsilon_0$; senão vá para o Passo 5.*
- *Passo 4: Se $\varepsilon \leq tol$ então PARE senão vá para o Passo 2.*
- *Passo 5: Faça $\varepsilon = \alpha \varepsilon$ e vá para o Passo 2.*
- *Passo 6: Se $j = 1$ então $j = j + 1$, $\varepsilon = \alpha \varepsilon$ e vá para o Passo 2.*
- *Passo 7: Se $\eta_{j-1} - \eta_j > tol$ e $\eta_j > tol$ então $\varepsilon = \alpha \varepsilon$ e vá para o Passo 2.*
- *Passo 8: Faça $L_{l+1} = K_{obl} - K_{dl}$ onde $K_{dl} = F(K_{obl})$, Se $l = 1$ então vá para o Passo 10, senão vá para o Passo 9.*
- *Passo 9: Se $v_l - v_{l+1} < tol$ e $v_{l+1} > \delta$ então PARE.*
- *Passo 10: Se $v_{l+1} < \delta$ então vá para o Passo 12 senão $l = l + 1$.*
- *Passo 11: Resolva $\Psi(P_l) = -\varepsilon\{Q + L_l^T(R + \delta I)L_l\}$ para P_l ; se não há solução então PARE, senão vá para o Passo 8.*
- *Passo 12: Faça $K_d = K_{obl} - L_{l+1}$, onde $K_{obl} = F(K_{obl})$, vá para o Passo 8.*

Este algoritmo não tem a convergência provada, porém foi testado em alguns sistemas e a convergência sempre foi atingida, conforme os resultados obtidos em trabalhos anteriores [24], [27], [31], e [34]. Isto é esperado pois o algoritmo proposto envolve funções bem comportadas. A equação de Riccati aumentada e modificada pode não ter uma solução definida positiva P , mesmo que o sistema linear incerto admita uma lei de controle robusto estabilizante. Neste caso, foi mostrado que pode-se obter uma solução fazendo uma redução das incertezas, com uma verificação a posteriori da estabilidade robusta para o conjunto de modelos considerados no projeto. Também, o ganho de realimentação estática obtido para o controle, assim projetado, pode resultar em um ganho que envolve grandes esforços de controle, mas a experiência prática provam que isto pode ser evitado pela escolha adequada das matrizes de ponderação Q e R .

Uma vez abordado o problema de controle robusto com restrição estrutural genérica, é possível abordar o problema de controle robusto com realimentação estática de saídas, incluindo a restrição estrutural associada à realimentação estática de saídas e a descentralização das mesmas no termo L da equação de Riccati, dada no Algoritmo 3.1. Como no caso de realimentação de estados, o conceito de estabilidade quadrática via

realimentação estática e linear de saída impõe que uma mesma matriz P de Lyapunov seja válida para todos os modelos contidos no domínio de incertezas considerado. Apesar de claramente conservativo, este conceito tem permanecido como uma chave para importantes desenvolvimentos envolvendo o problema de controle robusto em sistemas modelados via variáveis de estado.

Esta abordagem, para o problema de controle robusto utilizando a equação matricial de Riccati, tem algumas características que podem levar a uma excessiva conservatividade e consequentemente dificuldades na obtenção de soluções. Estas características são discutidas a seguir.

O motivo provável da dificuldade de não se achar uma solução para este tipo de problema é a conservatividade inerente do método. A existência de uma solução definida positiva para a equação de Riccati aumentada e modificada é uma condição apenas suficiente, e não necessária para a resolução do problema de projeto de um controle robusto via realimentação estática de estados ou de saídas, para o sistema linear incerto.

Uma questão também importante ligada a esta abordagem na consideração das incertezas é que estas são consideradas através da adição de dois termos na equação matricial de Riccati como foi mostrado anteriormente. Isto foi provado no Teorema 3.1 e Teorema 3.4 através de uma majoração, a qual introduz uma aproximação no método, fazendo-o muito conservativo.

Deve-se considerar que a formulação deste problema (o problema de achar uma lei de controle robusto, para um sistema linear incerto, em termos da equação de Riccati aumentada e modificada) não é convexa. Esta equação é função de P , que é a solução da equação matricial de Riccati, e da matriz $L = f(P)$, que é a matriz genérica onde é incluída a restrição estrutural desejada. A natureza não convexa desta abordagem dificulta a obtenção de uma solução, fazendo-a muito restritiva no que se refere à sua utilização. Daí, a necessidade de considerar um ponto de partida próximo à solução para o sucesso do algoritmo.

Outro aspecto importante a ser considerado é que esta abordagem, com a utilização do Algoritmo 3.1, apresenta-se muito restritiva para o problema de descentralização da realimentação estática de saídas. Ou seja, além da realimentação de saídas, que implica na realimentação de apenas algumas variáveis de estados, a descentralização da realimentação das saídas implica na eliminação dos ganhos cruzados, deixando todo o esforço de controle nos termos restantes da matriz de ganho estático.

3.4.2 Abordagem por Inequações Matriciais Lineares (LMI)

Uma LMI é uma Inequação Matricial Linear (Linear Matrix Inequalities), na seguinte forma:

$$F(x) \stackrel{\Delta}{=} F_o + \sum_{i=1}^m F_i x_i > 0 \quad (3.60)$$

onde $x \in \mathfrak{R}^m$ é a variável e $F_i = F_i' \in \mathfrak{R}^{n \times n}$ são matrizes constantes. O problema de encontrar uma solução x tal que $F(x) > 0$ é chamado de problema de factibilidade LMI. Talvez a mais importante propriedade das LMI's seja a de que o conjunto solução é convexo. Outra propriedade é que uma LMI não é linear em x na inequação (3.60), desde que a função $F(x)$ não é linear em x , pois $F(0) = F_o \neq 0$. Na verdade, a inequação (3.60) é afim em x . Porém ela pode ser representada de forma linear, através de uma simples transformação [25].

A maioria dos problemas decorrentes dos sistemas e da teoria de controle, podem ser reduzidos a uns poucos problemas padrões convexos ou quase convexos de otimização, que envolvem desigualdades matriciais lineares [35]. Esta abordagem é relativamente nova para a resolução dos problemas de controle por realimentação estática de saída, que é um problema de natureza não convexa de difícil solução. É bem conhecido que o sistema linear descrito pelas seguintes equações:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx \end{aligned} \quad (3.61)$$

onde:

$$A \in \mathfrak{R}^{n \times n}$$

$$B \in \mathfrak{R}^{n \times m}$$

$$C \in \mathfrak{R}^{p \times n}$$

é estabilizável via realimentação de estados se e somente se existem duas matrizes P e K , de dimensões compatíveis, tais que:

$$P(A - BK) + (A - BK)^T P < 0 \quad (3.62)$$

com P simétrica e definida positiva ($P > 0$).

Pré-multiplicando e pós-multiplicando a desigualdade matricial (3.62) pela matriz $W = P^{-1}$, com $W > 0$, obtém-se:

$$(A - BK)W + W(A - BK)^T < 0 \quad (3.63)$$

e definindo-se $M = KW$, a última desigualdade matricial (3.63) transforma-se em:

$$AW + WA^T - BM - M^T B^T < 0 \quad (3.64)$$

Em é bem conhecido que a LMI dada pela desigualdade matricial (3.64) é factível nas variáveis (W, M) se e somente se o par (A, B) é estabilizável [35]. Neste caso o ganho de realimentação que estabiliza o sistema linear incerto em malha fechada é dado pela seguinte expressão: $K = MW^{-1}$. Como este problema é convexo (linear em W e M , ou seja, LMI em W , e M), é facilmente resolvido por algoritmos confiáveis e eficientes [35], [36], caso o problema admita uma solução.

Considerando-se o problema de realimentação estática de saída, a lei de controle desejada agora deve ter a seguinte estrutura: $u = -Gy$ e usando o fato de $y = Cx$, pode-se definir $K = GC$, e substituindo-se na desigualdade matricial (3.63), obtém-se a seguinte desigualdade matricial:

$$(A - BGC)W + W(A - BGC)^T < 0 \quad (3.65)$$

A desigualdade matricial (3.65) não é convexa (não é linear em W e G , ou seja, não é uma LMI). Em [37], e [38] é apresentada uma forma de tornar (3.65) convexa. Isto é feito através de dois problemas auxiliares de factibilidade. Estes problemas são:

Problema_ W Dadas as matrizes A , B e C com o rank da matriz de saída C igual ao número de linhas, o Problema_ W consiste em encontrar, se possível, as matrizes W , M e N , tais que:

$$\begin{cases} AW + WA^T - BNC - C^T N^T B^T < 0 \\ W > 0 \\ MC = CW \end{cases} \quad (3.66)$$

O interesse no *Problema_W* é duplo, ele é convexo e portanto pode ser resolvido por algoritmos eficientes e confiáveis [36]. Se ele é factível, então o problema original de realimentação estática de saídas é factível também, como será mostrado com o seguinte teorema.

Teorema 3.4. *Sejam W , M e N as matrizes solução do Problema_W, então a realimentação:*

$$u = -NM^1 y = -Gy$$

estabiliza o sistema linear descrito pelas equações (3.61).

Demonstração: se a matriz de saída C é de rank igual ao número de linhas (full row rank), e como $MC = CW$, implica que M é também de rank completo, e portanto não é uma matriz singular e pode ser invertida, tem-se então: $C = M^1 CW$. Usando este fato e definindo-se $G = NM^1$, obtém-se (3.65) de (3.66):

$$AW + WA^T - BNM^{-1}CW - [M^{-1}(CW)]^T N^T B^T < 0$$

$$AW + WA^T - BGCW - [(CW)^T (M^{-1})^T] N^T B^T < 0$$

$$AW + WA^T - BGCW - W^T C^T (M^{-1})^T N^T B^T < 0$$

$$AW + WA^T - BGCW - WC^T (NM^{-1})^T B^T < 0$$

$$AW + WA^T - BGCW - WC^T G^T B^T < 0$$

$$(A - BGC)W + W(A - BGC)^T < 0$$

$$(A - BK)W + W(A - BK)^T < 0$$

completando-se assim a prova do teorema.

Se o ponto de partida é a LMI dada pela desigualdade matricial (3.62) em vez da LMI dada pela desigualdade matricial (3.63), obtém-se o seguinte resultado:

Problema_P. Dadas as matrizes A , B e C com o rank da matriz de entrada B igual ao número de colunas, o Problema_P consiste em encontrar, se possível, as matrizes P , M e N , tal que:

$$\begin{cases} PA + A^T P - C^T N^T B^T - BNC < 0 \\ P > 0 \\ BM = PB \end{cases} \quad (3.67)$$

Novamente o interesse no Problema_P é duplo, ele também é convexo e portanto pode ser resolvido por algoritmos eficientes e confiáveis [36]. Se ele é factível, então o problema original de realimentação estática de saídas é factível também, como é justificado pelo seguinte corolário.

Corolário 3.1. Sejam P , M e N a solução do Problema_P, então a realimentação:

$$u = -M^{-1} N y = -G y$$

estabiliza o sistema linear descrito pelas equações (3.61).

Portanto foi provado que se um destes problemas, ambos convexos, for factível, então o problema original (não convexo) de estabilização por realimentação estática de saídas, é, também, factível. A factibilidade do Problema_W ou do Problema_P é uma condição suficiente para a obtenção de uma solução do problema original, e tem a grande vantagem de ser um problema convexo que pode ser resolvido por algoritmos confiáveis e eficientes [36].

Foi visto que para sistemas lineares conhecidos, uma condição necessária e suficiente para a estabilidade assintótica é a de que exista uma matriz $P > 0$ que satisfaça a desigualdade matricial de Lyapunov:

$$A^T P + P A < 0$$

No caso em que a matriz A for incerta, necessitamos de novas definições de estabilidade [24], [25]. As mais utilizadas são as seguintes:

Estabilidade robusta: um sistema é robustamente estável se ele for assintoticamente estável para todo $A_i \in \mathcal{A}$, isto é, se

$$\forall A_i \in \mathcal{A}, \exists P_i > 0 : A_i^T P_i + P_i A_i < 0$$

onde \mathcal{A} é um domínio convexo fechado que representa o conjunto de incertezas politópicas.

Estabilidade quadrática: um sistema é quadraticamente estável se

$$\exists P > 0 : \forall A_i \in \mathcal{A}, A_i^T P + P A_i < 0$$

A diferença entre estas duas definições é clara. A estabilidade robusta implica em associar uma função de Lyapunov a cada modelo $A_i \in \mathcal{A}$. E a estabilidade quadrática exige que uma mesma matriz P garanta a estabilidade para todo o conjunto de incertezas. Neste ponto fica em evidência a clara conservatividade do problema. O conceito de estabilidade quadrática pode incluir incertezas variantes no tempo, ao contrário do de estabilidade robusta, que permite considerar apenas incertezas do tipo constantes, que não variam ao longo do tempo.

Como as incertezas em A são consideradas do tipo linear convexas ou politópicas, a verificação de estabilidade quadrática é feita através de um problema de factibilidade LMI. De fato, se o politopo de incertezas tem j vértices, então o sistema será quadraticamente estável se é somente se existir uma matriz $P > 0$ tal que a desigualdade matricial de Lyapunov:

$$A_i^T P + P A_i < 0$$

onde as matrizes A_i são os vértices do politopo de incertezas. É possível verificar que a factibilidade desse problema implica na estabilidade do sistema para toda matriz pertencente ao politopo, cada uma dessas matrizes pode ser representada pela soma ponderada dos vértices do politopo, ou seja, $A = \sum_{i=1}^j \lambda_i A_i$, com a condição de $\sum_{i=1}^j \lambda_i = 1$ (condição para combinação convexa). Multiplicando cada LMI pelo respectivo λ_i e somando às j LMI tem-se:

$$\sum_{i=1}^j \lambda_i A_i^T P + \sum_{i=1}^j \lambda_i P A_i < 0$$

como P é constante tem-se que:

$$\left(\sum_{i=1}^j \lambda_i A_i \right)^T P + P \left(\sum_{i=1}^j \lambda_i A_i \right) < 0$$

onde $A^T P + P A < 0$ para qualquer A pertencente ao domínio convexo fechado ou politopo. Esse procedimento de prova é quase um padrão para o tratamento LMI de incertezas politópicas, e será utilizado posteriormente.

Considerando-se agora o caso de um sistema linear incerto como aquele descrito pelas equações (3.10) e (3.11), no qual pode-se incluir, também, incertezas na matriz de saída C , como foi visto anteriormente. Pode-se então estender esta abordagem para o caso de controle robusto em sistemas de potência com incertezas do tipo politópicas. A abordagem das incertezas do tipo linear convexa ou incertezas politópicas é, talvez, a mais conveniente para ser utilizada nas técnicas LMI.

Seja o sistema linear descrito pela equações (3.61), com a matriz de entrada B com posto igual ao número de colunas e o par de matrizes $(A, C) \in \Omega$, onde

$$\Omega = \left\{ (A, C) : (A, C) = \sum_{i=1}^j \lambda_i (A_i, C_i), \lambda_i \geq 0, \sum_{i=1}^j \lambda_i = 1 \right\}$$

então Ω descreve um politopo com j vértices determinado pelos pares (A_i, C_i) . E definindo-se:

$$\Phi_i(P, N) = A_i^T P + P A_i - C_i^T N^T B^T - B N C_i$$

E importante neste ponto introduzir o conceito de estabilização quadrática através de realimentação estática e linear de saída para um sistema linear incerto.

Definição 3.1 O sistema linear incerto descrito pelas equações (3.10) e (3.11) é quadráticamente estabilizável por realimentação estática e linear de saída se existirem matrizes $P \in \mathbb{R}^{n \times n}$ e $G \in \mathbb{R}^{m \times r}$ tais que

$$(A - BGC)^T P + P(A - BGC) < 0 \quad (3.68)$$

para toda matriz A que pertença ao domínio definido pelo conjunto de matrizes A_i sendo P uma matriz simétrica, positiva-definida [25].

Corolário 3.2. Fazendo-se as considerações dadas anteriormente, se o seguinte problema em P, M e N :

$$\begin{cases} \Phi_i(P, N) < 0 & \text{com } i = 1, \dots, j \\ P > 0 \\ BM = PB \end{cases}$$

é factível, então o sistema descrito pelas equações (3.61) com $(A, C) \in \Omega$ é quadráticamente estabilizável via realimentação estática de saída, e o ganho estático estabilizante é dado por: $G = M^1 N$.

Demonstração: para isto é necessário provar, usando a mesma função quadrática de Lyapunov, que G estabiliza o sistema linear incerto para qualquer par $(A_i, C_i) \in \Omega$. Este par é determinado pelo conjunto de multiplicadores ou pesos λ_i . Multiplicando os Φ_i por seus respetivos λ_i e somando, obtém-se:

$$\sum_{i=1}^j \lambda_i \Phi_i = \sum_{i=1}^j \lambda_i A_i^T P + \sum_{i=1}^j P \lambda_i A_i - \sum_{i=1}^j \lambda_i C_i^T N^T B^T - \sum_{i=1}^j B N \lambda_i C_i$$

$$= A^T P + P A - C^T N^T B^T - B N C$$

$$< 0$$

portanto foi satisfeito para cada par $(A, C) \in \Omega$. Então, o *Problema_P* satisfaz para cada par (A, C) e pelo *Corolário 3.1*, e $V = x^T P x$ é a função de Lyapunov para o sistema em malha fechada, com $G = M^{-1} N$, que provê a estabilidade quadrática requerida⁵.

A principal desvantagem da solução do problema de controle robusto via técnicas LMI, é que serão acrescentadas tantas LMI's quantos pares de matrizes (A, C) sejam considerados que formam o domínio do sistema linear incerto, definido anteriormente. Isto é, o número de inequações, e portanto o tamanho do problema aumenta exponencialmente de acordo ao número de vértices do politopo, ou seja, de pares de matrizes (A, C) considerados que definem o conjunto ou domínio convexo fechado. Na abordagem do problema considerado na seção 3.4.1, tem-se em compensação que o número de pares de matrizes não aumenta o tamanho do problema, ou seja não aumenta o número de equações, pois é só uma equação de Riccati que é resolvida. Mas ao mesmo tempo, implica nas desvantagens anteriormente mencionadas.

Outra questão importante é que a abordagem pode-se estender para o caso de realimentação descentralizada de saídas, o que não é mais do que o projeto de uma lei de controle para o problema padrão de realimentação de saídas com a restrição estrutural adicional. Isto é facilmente realizado, obtendo-se a estrutura desejada na matriz de ganhos estáticos G , quando é imposta, na solução do *Problema_W* ou do *Problema_P*, a mesma estrutura desejada na matriz G sobre a matriz N e a correspondente estrutura bloco diagonal na matriz M .

Também é mostrado em [37] que a factibilidade dos problemas auxiliares depende da representação de estado particular escolhida para descrever o sistema; e que existem transformações de similaridade simétricas positivas definidas que tornam os *Problema_W* e *Problema_P* factíveis para o sistema transformado, se e somente se o problema original é estabilizável via realimentação estática de saídas. A questão de achar uma transformação que resolva o *Problema_W* e o *Problema_P* transformados é uma questão que ainda está sendo pesquisada. Esta questão pode ser formalizada pelo seguinte corolário:

⁵*Observação:* o mesmo resultado pode-se derivar do *Problema_W* quando se tem incertezas politópicas nas matrizes de estado A , e na matriz de entrada B , no caso de SEE não se tem incertezas na matriz B .

Corolário 3.3. [38] *O sistema descrito pelas equações dada em (3.61) é estabilizável via realimentação estática de saída se e somente se existe uma transformação de similaridade $\bar{x} = Tx$ tal que o Problema_W seja factível para o sistema anterior transformado.*

Demonstração: a prova utiliza os resultados obtidos em [39]. De acordo com estes resultados, o sistema dado em (3.61) é estabilizável via realimentação estática de saída se e somente se existe uma transformação de similaridade que faça $C = [I \ 0]$ e tal que (3.64) é factível com W e M sujeito às seguintes restrições estruturais:

$$W = \begin{bmatrix} W_1 & 0 \\ 0 & W_2 \end{bmatrix}, \text{ e } M = [M_1 \ 0]$$

onde:

$$W_1 \in \mathbb{R}^{p \times p}$$

$$M_1 \in \mathbb{R}^{m \times p}$$

Nota-se, que quando $C = [I \ 0]$, a restrição de igualdade $MC = CW$ do Problema_W é equivalente à mesma estrutura bloco-diagonal na matriz W . Com $M = [N \ 0]$, mostra-se que o sistema dado em (3.61) é estabilizável via realimentação estática de saída se e somente se existe uma transformação de similaridade que faça o Problema_W factível, que é o resultado desejado. Portanto, qualquer transformação de similaridade que faça o problema dado em [39] factível, também fará com que o Problema_W seja factível⁶.

Não é difícil mostrar-se que os resultados obtidos do corolário 3.3 são aplicáveis para o caso do Problema_P.

Com o fim de eliminar a conservatividade dos problemas W e P , introduz-se uma nova matriz T . Seja x o vetor de estados do sistema descrito pelas equações (3.61) e seja $x_o = T_o^{-1}x$ o vetor de estado do sistema transformado. Definindo-se $T = T_o T_o^T$ e substituindo-se A, B, C, P e W por $T_o^{-1}AT_o, T_o^{-1}B, CT_o, T_o^TPT_o, T_o^{-1}WT_o^{-1T}$ os problemas W e P podem ser rescritos como:

Problema_W transformado:

⁶A recíproca é também verdadeira, ou seja, se o Problema_W é factível, então o problema proposto em [39] é factível para uma transformação matricial a ser determinado

$$\begin{cases} AW + WA^T - BNCT - T^T C^T N^T B^T < 0 \\ W > 0, \quad T > 0 \\ MCT = CW \end{cases} \quad (3.69)$$

Problema P transformado:

$$\begin{cases} PA + A^T P - C^T N^T B^T T^{-1} - T^{-1} BNC < 0 \\ P > 0, T^{-1} > 0 \\ T^{-1} BM = PB \end{cases} \quad (3.70)$$

Pode-se notar que os novos problemas W e P transformados dependem claramente da matriz de transformação T , e podem ser factíveis para uma dada representação de estados e não factíveis para uma outra representação. Como os problemas W e P transformados não são convexos nas variáveis (W, N, M, T) e (P, N, M, T^{-1}) respectivamente, então precisa-se encontrar uma matriz de transformação T , para poder resolver estes problemas. O problema de achar uma representação de estados particular que torne os problemas W e P transformados factíveis, se isto é possível, é um problema que ainda está sendo pesquisado.

No entanto é possível se obter candidatas naturais para as transformações a partir de duas condições que são necessárias para a estabilização estática de saídas [40]. Essas condições são a estabilizabilidade e detectabilidade e podem ser testadas através do seguinte problema de otimização LMI:

$$\min_{W, P, N, M} \text{traço}(W + P) \quad (3.71)$$

s.a.:

$$AW + WA^T - BM + M^T B^T < 0 \quad (3.72)$$

$$W - I > 0$$

$$A^T P + PA - NC - C^T N^T < 0 \quad (3.73)$$

$$P - I > 0$$

A factibilidade da LMI em W dada em (3.72) é equivalente à estabilizabilidade do par (A, B) e a factibilidade da LMI em P dada em (3.73) é equivalente à detectabilidade do par (A, C) , que são claramente condições necessárias para o problema de realimentação de saídas. A minimização da função objetiva dada em (3.71), é para evitar que as matrizes solução W e P tenham números de condicionamento elevados. Se não é possível achar uma solução para o problema de otimização dado, então não é possível achar uma matriz G tal que o sistema em malha fechada seja Hurwitz (ou seja, que todos os autovalores não tenham a parte real no semiplano direito). Quando essas duas LMI são factíveis, podemos então tomar W ou P^{-1} como candidatas naturais à transformação de similaridade. Isto é feito comparando-se a primeira LMI dada em (3.69) com a desigualdade matricial dada em (3.73) pré e pós multiplicada por P^{-1} , e comparando a primeira LMI dada em (3.70) com a desigualdade matricial dada em (3.72) pré e pós multiplicada por W , respectivamente [40].

3.5 Conclusão

Neste capítulo foram apresentados os conceitos básicos relacionados ao problema de controle robusto e a estabilidade de sistemas lineares incertos. Também, foram apresentados de um modo geral os tipos e modelagem de incertezas. Particularmente consideram-se dois tipos de abordagem para as incertezas, as incertezas do tipo posto unitário e as incertezas do tipo linear convexas ou politópicas, que serão utilizadas nos projetos de controladores do capítulo seguinte.

Entre as técnicas robustas de resolução do problema de controle robusto com realimentação de saídas, duas são as detalhadas neste capítulo e que são objeto do trabalho aqui proposto. A resolução da equação matricial de Riccati aumentada e modificada, é utilizada para tratar as incertezas do tipo posto unitário. E as técnicas LMI são utilizadas para tratar as incertezas do tipo linear convexas ou politópicas. Nelas são incorporadas as restrições estruturais que impõe a realimentação de saídas, assim como também a consideração da descentralização das mesmas. Os exemplos de aplicação no projeto de controladores robusto, juntamente com as considerações para as incertezas do sistema, serão apresentados no capítulo seguinte.

Capítulo 4

Aplicação a Sistemas de Energia Elétrica

4.1 Introdução

Neste capítulo apresentam-se os resultados obtidos para o projeto de controladores robustos do tipo estabilizadores de sistemas de potência (ESP's). Para tal efeito, foram utilizadas as duas abordagens para as incertezas dos sistemas lineares incertos (incertezas do tipo posto unitário, e incertezas do tipo politópicas) e as técnicas de solução do problema de controle robusto (abordagem pela equação matricial de Riccati aumentada e modificada, e a abordagem utilizando as desigualdades matriciais lineares (LMI)) apresentadas no capítulo anterior.

No projeto do controlador ESP, considera-se a realimentação estática de saídas, como foi visto anteriormente. Isto impõe uma forte restrição estrutural, juntamente com a descentralização da mesmas para o caso multimáquinas, justificada, pela necessidade de realimentar somente sinais locais ou gerados em equipamentos geograficamente próximos ao controlador.

Dois sistemas-teste foram escolhidos para a avaliação do desempenho das técnicas de projeto de controladores robustos anteriormente citadas. Para a validação da proposta de resolução do problema de controle robusto com realimentação estática de saídas, é utilizado o sistema máquina-barra infinita (MBI), e para o caso de realimentação estática e descentralizada de saídas utiliza-se um sistema multimáquina constituído de três máquinas síncronas interconectadas em anel.

Mostra-se, também, à guisa de ilustração um projeto convencional de ESP, utilizando a técnica de posicionamento de pólos, a fim de apresentar as diferenças e desvantagens em relação ao projeto robusto do mesmo. Este projeto clássico do controlador foi feito apenas para o sistema MBI.

4.2 Aplicação a um Sistema Máquina-Barra Infinita

4.2.1 Descrição do Sistema

O sistema máquina-barra infinita considerado é constituído de um gerador síncrono conectado a uma barra infinita através de uma linha longa, formado por quatro barras, três linhas e um capacitor [13]. Todos os dados deste sistema podem ser encontrados no Apêndice A. O diagrama unifilar é mostrado na Figura 4.1. A máquina síncrona é modelada por um modelo de quinta ordem (Modelo 4), e com regulador de tensão de primeira ordem, ou seja como um sistema de excitação estático.

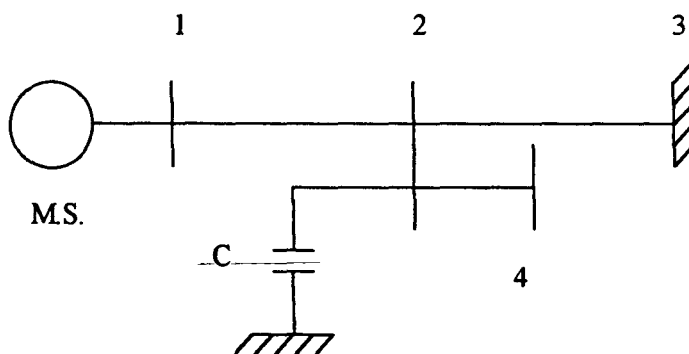


Figura 4.1. Diagrama unifilar para o sistema MBI.

Para o projeto de ESP robusto foram considerados três pontos de operação diferentes, obtidos pela variação da geração da máquina síncrona. O caso base corresponde a uma geração de 90 MW apresentando um comportamento estável mas pouco amortecido (amortecimento de $\approx 2\%$). Este amortecimento é insuficiente para a operação do sistema. Os demais pontos de operação, correspondentes a uma geração de 120 MW e 150 MW são instáveis, e portanto inaceitáveis sob o ponto de vista da operação do sistema. Os autovalores correspondentes ao modo de oscilação eletromecânico de interesse, em malha aberta (MA), referentes a estes três pontos de operação, são apresentados na Tabela 4.1.

| Pontos de operação | Autovalores em MA |
|------------------------|------------------------|
| $P_g = 90 \text{ MW}$ | $-0.1218 \pm 6.1242 i$ |
| $P_g = 120 \text{ MW}$ | $0.0851 \pm 5.9268 i$ |
| $P_g = 150 \text{ MW}$ | $0.2601 \pm 5.6838 i$ |

Tabela 4.1. Autovalores (modo de oscilação eletromecânico) em MA do sistema MBI, para os três pontos de operação considerado.

4.2.2 Projeto Clássico do ESP

Inicialmente foi realizado um projeto convencional de um ESP para o caso base, com o objetivo de melhorar o amortecimento insuficiente, utilizando-se as técnicas de projeto de posicionamento de pólos [2], [4]. Neste trabalho mantém-se a modelagem convencional do ESP, sendo considerado um único bloco de atraso de fase para o caso de sinal derivado da potência elétrica P_e , ou um duplo bloco de avanço de fase para o caso de sinal derivado de velocidade angular do rotor ω da máquina. Os parâmetros do ESP, projetado pelo método de posicionamento de pólos, são apresentados na Tabela 4.2, onde K_c é o ganho, T_1 e T_3 são as constantes de tempo associadas aos zeros, e T_2 e T_4 são as constantes de tempo associadas aos pólos da função de transferência do controlador.

| Sinal | K_c | T_1 / T_3 | T_2 / T_4 |
|----------|--------|-------------|-------------|
| P_e | 0.2918 | 0.0259 | 0.2800 |
| ω | 0.2817 | 0.6674 | 0.0500 |

Tabela 4.2. Parâmetros dos ESP's convencionais.

Conseguiu-se elevar o amortecimento do caso base de aproximadamente 2 % ao valor estabelecido pelo pólo posicionado em $-0.3 \pm 6 i$ (amortecimento de 5 %, valor mínimo recomendável para a operação dos SEE) para o caso de velocidade angular do rotor ω , e ao valor estabelecido pelo pólo posicionado em $-0.33 \pm 6.4 i$ (amortecimento de

5.16 %) para o caso de P_e . Os autovalores em malha fechada (MF) correspondentes ao modo de oscilação eletromecânico de interesse, para as duas alternativas de sinal de realimentação consideradas, ω e P_e da máquina, são também apresentados na Tabela 4.3. Todos os autovalores foram obtidos utilizando-se o programa PACDYN [41].

| Pontos de operação | Autovalores em MA | Autovalores em MF (ω) | Autovalores em MF (P_e) |
|------------------------|------------------------|-----------------------------------|--------------------------------|
| $P_g = 90 \text{ MW}$ | $-0.1218 \pm 6.1242 i$ | $-0.3000 \pm 5.9991 i$ | $-0.3303 \pm 6.3992 i$ |
| $P_g = 120 \text{ MW}$ | $0.0851 \pm 5.9268 i$ | $-0.0890 \pm 5.8031 i$ | $-0.1479 \pm 6.1970 i$ |
| $P_g = 150 \text{ MW}$ | $0.2601 \pm 5.6838 i$ | $0.1001 \pm 5.5617 i$ | $0.0061 \pm 5.9328 i$ |

Tabela 4.3. Autovalores em malha aberta e fechada para os ESP convencional, projetado para as duas alternativas de sinal, e para os pontos de operação considerado.

Na Tabela 4.3 pode-se observar como o controlador ESP, assim projetado, fornece um bom amortecimento no caso para o qual foi projetado, ainda consegue estabilizar o caso instável menos crítico (com baixo amortecimento, o qual é inaceitável sob o ponto de vista de operação do sistema), mas não consegue estabilizar o caso mais crítico, deixando em evidência a sua limitação no que se refere à robustez ante a presença de possíveis contingências ou pontos de operação não previstos.

4.2.3 Projeto Robusto do ESP

No projeto robusto do controlador ESP, resolve-se o problema de controle robusto com realimentação estática de saídas e são consideradas as duas abordagens para as incertezas anteriormente citadas. Em primeiro lugar trata-se da abordagem das incertezas do tipo posto unitário, projetando o ESP robusto, resolvendo a equação matricial de Riccati aumentada e modificada, como foi indicada na seção 3.4.1 do capítulo anterior. E no segundo caso trata-se da abordagem das incertezas do tipo linear convexas ou politópicas, projetando o ESP robusto através das técnicas LMI, como foram apresentada na seção 3.4.2 do capítulo anterior.

4.2.3.1 Abordagem das Incertezas do Tipo Posto Unitário Usando a Resolução da Equação Matricial de Riccati

As incertezas do tipo posto unitário, para o sistema MBI, foram obtidas considerando-se os três pontos de operação definidos anteriormente. Para o projeto robusto do controlador ESP tentou-se a resolução da equação matricial de Riccati aumentada e modificada implementada no Algoritmo 3.1, proposto em [24], na seção 3.4.1 do capítulo anterior.

Foram considerados os casos em que é realimentada a velocidade angular do rotor da máquina ω , o que gera apenas incertezas na matriz de estados A , e o caso de realimentação da potência elétrica da máquina P_e , que gera incertezas tanto na matriz de estados A como na matriz de saída C . A equação matricial de Riccati permite considerar sistemas incertos com incertezas apenas nas matrizes de estados A e de entradas B . Para evitar este problema foi incorporado um filtro na potência elétrica P_e da máquina, com o fim de realimentar este sinal assim filtrado (x_{filt}). Considera-se x_{filt} como uma variável de estado adicional, com o qual evita-se o aparecimento de incertezas na matriz de saídas C . Embora seja aumentada a dimensão do problema pela adição de mais uma variável de estado, o que não cria maiores inconvenientes, a solução do problema torna-se mais fácil do ponto de vista de aplicação das técnicas e abordagens propostas neste trabalho. O filtro em questão consiste em um filtro passa-baixas, permitindo-se assim a passagem das frequências de interesse na faixa correspondente ao modo eletromecânico de oscilação. O filtro é de primeira ordem, e foram adotados diferentes valores para a constante de tempo do filtro T_s (10 s, 100 s, 1000 s).

Outra alternativa considerada foi o caso de combinar dois sinais para a entrada do ESP, obtendo-se, assim, o caso de sinal de realimentação multivariável. Isto foi feito com o objetivo de realimentar diretamente e indiretamente o maior número possível de variáveis de estados, pois a potência elétrica é função das tensões internas da máquina E''_q , E''_d e E'_q , e do ângulo δ do rotor da máquina. A realimentação de saídas envolve apenas a realimentação de uma ou algumas poucas variáveis de estado. Combinando-se mais de uma saída pode-se chegar mais perto do caso de realimentação de todas as variáveis de estado, e com isso ampliar o acesso às variáveis de estado, com a conseqüente vantagem de facilitar a obtenção de uma solução. Isto é, aumenta-se a observabilidade do sistema.

A experiência de utilização do Algoritmo 3.1 na obtenção de uma solução, ou seja, de uma lei de controle estabilizante e robusta para o sistema linear incerto considerado,

através de uma realimentação estática de saídas equivalente, mostrou-se não satisfatória. Com o fim de contornar as dificuldades, várias tentativas foram consideradas nos diferentes testes realizados.

Entre as diferentes tentativas implementadas, podem-se citar, como as mais importantes, as seguintes:

- Diferentes alternativas de escalonamentos dos vetores d_i e e_i , produto da decomposição das matrizes de posto unitário A_i , pois foi exposto anteriormente a importância desta decomposição na obtenção ou não de uma solução.
- Redução do número de pontos de operação considerados, com o qual reduz-se o conjunto de incertezas e o intervalo de variação das mesmas.
- Redução do domínio de incertezas, limitando-se a quantidade de elementos incertos e a variação dos mesmos, para o que foram considerados poucos pontos de operação, e próximos uns dos outros.
- Consideração de pontos de operação não críticos, ou seja, pontos de operação não muito solicitados, o que produz variações leves nos parâmetros, gerando assim um domínio limitado de incertezas.

O algoritmo apresenta um comportamento divergente para os critérios de convergência e tolerâncias estabelecidos, no *Passo 9* do Algoritmo 3.1, dado na seção 3.4.1 do capítulo 3. Mesmo fazendo-se reduções da mesma ordem nestas tolerâncias, não foi possível obter-se uma solução, ou seja, a convergência do algoritmo.

Para a maioria dos testes realizados, quando o algoritmo não pára em outros pontos, devido ao problema de que não é encontrada uma solução definida positiva P para a equação matricial de Riccati aumentada e modificada, verifica-se que ocorre divergência.

A questão de achar uma solução para a equação de Riccati aumentada e modificada depende do método implementado na resolução. O método implementado para resolver a equação matricial de Riccati é conhecido como Método Autovalores-Autovetores [7], no qual são usados os autovalores e autovetores para montar a matriz hamiltoniana e testar se

ela tem ou não autovalores sobre o eixo imaginário. Se o sistema considerado é detectável e estabilizável, então, existe uma matriz P definida positiva, solução da equação matricial de Riccati aumentada e modificada, e a matriz hamiltoniana não possui autovalores sobre o eixo imaginário. O recíproco não é verdadeiro. Portanto, pode acontecer que, mesmo que a matriz hamiltoniana satisfaça a condição requerida, não existe uma matriz P definida positiva, solução da equação de Riccati aumentada e modificada.

Outra tentativa consistiu em aumentar-se a ordem do controlador ESP (inicialmente de primeira ou segunda ordem, dependendo do sinal considerado) até serem considerados controladores da mesma ordem do sistema MBI (sexta ordem). Novamente não foi possível obter-se uma solução. A razão da falha do método em encontrar uma solução foi indicado na seção 3.4.1 do capítulo anterior, onde mostrou-se a conservatividade inerente do método e a dificuldade de se obter uma solução para a equação matricial de Riccati aumentada e modificada, juntamente com os outros problemas associados.

Uma questão importante de destacar neste ponto é que o problema de resolver a equação de Riccati, é um problema não convexo, pois ele é função de P e $L = f(P)$, e faz-se necessário partir de um ponto inicial próximo da solução, para o sucesso do Algoritmo 3.1. Tentou-se, então, partir de uma condição inicial que levasse a obtenção de uma solução, ou seja, a convergência do Algoritmo 3.1. Obteve-se uma solução para o problema de controle ótimo, considerando o sistema no ponto de operação correspondente ao caso base e sem incertezas. Esta solução foi aplicada como ponto de partida (condição inicial), para a obtenção da matriz L que é função da matriz solução P , para o Algoritmo 3.1, visando-se obter uma lei de controle robusta para os três pontos de operação considerados. Mesmo assim, não obteve-se uma solução. Foram tentadas, também, outras condições iniciais, todas elas sem êxito.

É interessante mencionar que o problema de controle robusto com realimentação estática de saída, em termos gerais, não tem provada a sua convexidade, portanto faz-se difícil a obtenção de uma solução.

4.2.3.2 Abordagem das Incertezas do Tipo Politópicas Usando as Inequações Matriciais Lineares (LMI)

Nesta abordagem, que considera as incertezas do tipo linear convexas ou politópicas, utilizam-se as técnicas LMI, descrita na seção 3.4.2 do capítulo anterior. Novamente são considerados os três pontos de operação previamente determinados, para a

formulação do sistema linear incerto, neste caso o sistema MBI. O domínio é definido pelo conjunto de modelos estabelecidos pelas três matrizes de estados A e a matriz de entrada B invariante, para os três pontos de operação considerados.

Para o projeto robusto do controlador ESP foram considerado cinco casos de sinais de realimentação:

- *Caso 1:* velocidade angular do rotor da máquina ω
- *Caso 2:* potência elétrica da máquina P_e
- *Caso 3:* potência elétrica filtrada da máquina x_{flu}
- *Caso 4:* velocidade angular do rotor ω e potência elétrica filtrada da máquina x_{flu} (combinação de dois sinais)
- *Caso 5:* velocidade angular do rotor ω e potência elétrica da máquina P_e (combinação de dois sinais)

Caso 1

Neste primeiro caso foi considerado como sinal de realimentação de saída a velocidade angular do rotor da máquina ω . Para o projeto do controlador robusto para os pontos de operação considerados aplicou-se as técnicas desenvolvidas no capítulo anterior, baseadas na proposta implementada em [37]. Inicialmente se formula o problema de otimização LMI para testar a detectabilidade e a estabilizabilidade do sistema linear incerto.

Foi obtida uma solução para este problema, o que, então, fornece as matrizes solução P e W . Como mostrado na seção 3.4.2 do capítulo anterior, estas duas matrizes podem ser utilizadas como candidatas naturais para a matriz de transformação T , usada para obter representação por variáveis de estados particular, para o sistema. Dependendo do problema P ou W escolhido para o projeto, escolhe-se a matriz de transformação pelo procedimento explicado na seção 3.4.2 do capítulo anterior. Aqui é interessante destacar

que segundo as experiências práticas, o problema $_W$ mostra-se mais fácil de ser resolvido que o problema $_P$. Neste caso, obteve-se solução para o problema $_W$ transformado, utilizando-se $P^{-1} = W$ como matriz T , candidata a matriz de transformação.

As matrizes M e N , solução do problema $_W$ transformado, são as seguintes:

$$M = [18.7804] \text{ e } N = \begin{bmatrix} -7.5861 \\ 2391.7528 \\ 215.0008 \end{bmatrix}$$

e como neste caso a matriz $G = NM^{-1}$, como foi mostrado na seção 3.4.2 do capítulo anterior, tem-se:

$$G = \begin{bmatrix} -0.4039 \\ 127.3536 \\ 11.4481 \end{bmatrix}$$

onde a matriz de ganho G do sistema aumentado, de acordo à seção 2.3 do capítulo 2, é dada por:

$$G = \begin{bmatrix} -D_c \\ -B_c \end{bmatrix}$$

e lembrando que D_c e B_c são as matrizes do sistema do controlador, dadas pelas equações (2.34) e (2.35), podem-se obter, assim, os parâmetros desconhecidos do controlador ESP robusto projetado. Na Tabela 4.4 são apresentados os parâmetros obtidos para este controlador. Observa-se que as constantes de tempo associadas aos zeros do ESP são complexos. Portanto eles foram modelados como um ESP polinomial. O numerador e o denominador da função de transferência foram representados por dois polinômios de segunda ordem, para realizar-se as simulações no PACDYN [41] com o objetivo de comprovar a estabilização robusta do sistema para os três pontos de operação considerados. As constantes de tempo associadas aos pólos do ESP foram fixados em 0.05 s, valores normalmente utilizados na indústria para realimentação de sinal derivado da velocidade angular do rotor ω da máquina.

| Sinal | K_c | $T_1 = T_3$ | $T_2 = T_4$ |
|----------|--------|-----------------------|-------------|
| ω | 0.0855 | $0.0688 \pm 0.0841 i$ | 0.0500 |

Tabela 4.4. Parâmetros do ESP robusto com sinal derivado da velocidade angular do rotor ω da máquina.

A Tabela 4.5 mostra os autovalores associados ao modo eletromecânico de oscilação em malha fechada do sistema MBI. A título de comparação, apresentam-se, também, os autovalores em malha aberta para o projeto robusto do controlador ESP, para os três pontos de operação considerados.

| Pontos de operação | Autovalores em MA | Autovalores em MF |
|------------------------|------------------------|------------------------|
| $P_g = 90 \text{ MW}$ | $-0.1218 \pm 6.1242 i$ | $-0.5202 \pm 7.3908 i$ |
| $P_g = 120 \text{ MW}$ | $0.0851 \pm 5.9268 i$ | $-0.3693 \pm 7.2692 i$ |
| $P_g = 150 \text{ MW}$ | $0.2601 \pm 5.6838 i$ | $-0.2683 \pm 7.0666 i$ |

Tabela 4.5. Autovalores em MA e MF com o ESP robusto com sinal derivado da velocidade angular do rotor ω da máquina.

Caso 2

Neste caso, projeta-se o controlador ESP com sinal derivado da potência elétrica P_e da máquina. Este tipo de sinal, quando escolhido como saída, gera incertezas na matriz de saída C , além das incertezas na matriz de estados A , próprias de um sistema linear incerto, como foi visto na seção 2.4 do capítulo 2. Mas a abordagem das incertezas do tipo politópicas, utilizando as técnicas LMI, permite o tratamento delas sem maiores problemas. Então, como cada par (A_i, C_i) determina um vértice do politopo de incertezas, ou seja, um ponto de operação, formula-se o problema $_W$ ou o problema $_P$ com três LMI, cada uma delas correspondente a cada par.

Fazendo-se primeiro o teste de factibilidade, ou seja, resolvendo-se o problema de otimização LMI para testar a detectabilidade e a estabilizabilidade do sistema linear incerto, obtém-se as matrizes P e W , candidatas a matriz de transformação T . Primeiramente tentou-se resolver o problema $_W$ transformado, não se obtendo uma

solução. Então, resolveu-se o problema P transformado, tomando-se como matriz T de transformação a matriz $W = P^{-1}$, como mostrado na seção 3.4.2 do capítulo anterior.

As matrizes M e N , soluções do problema P transformado, são as seguintes:

$$M = \begin{bmatrix} 2.6536 & 0.0049 \\ 4315.0888 & 143333.4900 \end{bmatrix} \text{ e } N = \begin{bmatrix} 0.7830 \\ 304.7389 \end{bmatrix}$$

e como neste caso a matriz $G = M^{-1} N$, como foi mostrado na seção 3.4.2 do capítulo anterior, tem-se:

$$G = \begin{bmatrix} 0.2951 \\ -0.0068 \end{bmatrix}$$

onde a matriz de ganho G do sistema aumentado é dada por:

$$G = \begin{bmatrix} -D_c \\ -B_c \end{bmatrix}$$

e lembrando que D_c e B_c são as matrizes do sistema do controlador, dadas pelas equações (2.34) e (2.35), pode-se obter, os parâmetros desconhecidos do controlador ESP projetado (o ganho K_c e a constante de tempo associada ao zero T_1).

Na Tabela 4.6 são apresentados os parâmetros obtidos do controlador robusto. A constante de tempo associada ao pólo do ESP é fixado em 0.28 s, valor normalmente utilizado na indústria para realimentação de sinal derivado da potência elétrica P_e da máquina. Também é importante notar neste ponto que o sinal da realimentação derivada da potência elétrica P_e da máquina é negativo, ao contrário do caso anterior (realimentação da velocidade angular ω do rotor da máquina).

| Sinal | K_c | T_1 | T_2 |
|-------|--------|--------|--------|
| P_e | 0.2932 | 0.2818 | 0.2800 |

Tabela 4.6. Parâmetros dos ESP robusto com sinal derivado da potência elétrica P_e da máquina.

Na Tabela 4.7 mostra-se os autovalores associados ao modo eletromecânico de oscilação em malha fechada do sistema MBI. A guisa de comparação, apresentam-se, também, os autovalores em malha aberta para o projeto robusto do controlador ESP, para os três pontos de operação considerados.

| Pontos de operação | Autovalores em MA | Autovalores em MF |
|------------------------|------------------------|------------------------|
| $P_g = 90 \text{ MW}$ | $-0.1218 \pm 6.1242 i$ | $-0.8550 \pm 6.0751 i$ |
| $P_g = 120 \text{ MW}$ | $0.0851 \pm 5.9268 i$ | $-0.6543 \pm 5.8494 i$ |
| $P_g = 150 \text{ MW}$ | $0.2601 \pm 5.6838 i$ | $-0.4496 \pm 5.5584 i$ |

Tabela 4.7. Autovalores em MA e em MF com o ESP robusto com sinal derivado da potência elétrica P_g da máquina.

Caso 3

Neste caso o sinal utilizado para realimentar o sistema linear incerto, é a potência elétrica filtrada x_{flt} . Para isto, utilizou-se um filtro de primeira ordem, com uma constante de tempo $T_f = 100 \text{ s}$, o qual assegura a passagem das frequências de interesse (frequências do modo eletromecânico de oscilação). O motivo de considerar este tipo de sinal para o controlador ESP obedece aos mesmos requisitos expostos anteriormente, ou seja, não aparecem incertezas na matriz de saídas C da representação do sistema por variáveis de estados. Com isto conseguiu-se simplificar o problema, tornando mais fácil a solução dos problemas W e/ou P . Fazendo-se o mesmo procedimento descrito nos casos anteriores, obtêm-se as matrizes P e W , solução do problema de otimização LMI que testa a factibilidade do problema, como candidatas à matriz de transformação T .

Resolvendo-se o problema W transformado, com a matriz $P^{-1} = W$ como a matriz T de transformação, obtêm-se as matrizes M e N solução seguintes:

$$M = [33556.0050] \text{ e } N = \begin{bmatrix} 3313.0928 \\ 144612.0600 \end{bmatrix}$$

e como neste caso $G = NM^1$, tem-se:

$$G = \begin{bmatrix} 0.0987 \\ 4.3096 \end{bmatrix}$$

Pode-se obter, então, os parâmetros desconhecidos do ESP robusto projetado (ganho K_c e a constante de tempo associada ao zero). Na Tabela 4.8 são apresentados os parâmetros obtidos para este controlador. A constante de tempo associada ao pólo do ESP foi fixado em 0.28 s. Também é importante notar neste ponto que o sinal da realimentação derivada da potência elétrica filtrada x_{flt} da mesma maneira que a potência elétrica P_e da máquina é negativo.

| Sinal | K_c | T_1 | T_2 |
|-----------|--------|--------|--------|
| x_{flt} | 1.3054 | 0.0212 | 0.2800 |

Tabela 4.8. Parâmetros do ESP robusto com sinal derivado da potência elétrica filtrada x_{flt} da máquina.

A Tabela 4.9 mostra os autovalores associados ao modo eletromecânico de oscilação em malha fechada para o projeto robusto do ESP, para os três pontos de operação. Também são mostrados os autovalores em malha aberta, com o fim de comparar com os autovalores obtidos ao fechar a malha de controle com o ESP.

| Pontos de operação | Autovalores em MA | Autovalores em MF |
|------------------------|------------------------|------------------------|
| $P_g = 90 \text{ MW}$ | $-0.1218 \pm 6.1242 i$ | $-0.6300 \pm 7.5800 i$ |
| $P_g = 120 \text{ MW}$ | $0.0851 \pm 5.9268 i$ | $-0.5100 \pm 7.4400 i$ |
| $P_g = 150 \text{ MW}$ | $0.2601 \pm 5.6838 i$ | $-0.4700 \pm 7.2100 i$ |

Tabela 4.9. Autovalores em MA e em MF com o ESP robusto com sinal derivado da potência elétrica filtrada x_{flt} da máquina.

Caso 4

Neste caso foram escolhidas como saídas do sistema dois sinais, a velocidade angular do rotor ω e a potência elétrica filtrada da máquina x_{flt} . Com isto consegue-se a realimentação do sistema linear incerto como uma combinação de dois sinais para a

entrada do controlador ESP, obtendo-se, assim, o caso de sinal de realimentação multivariável, como foi visto na seção 2.2.4. do capítulo 2. Isto foi feito com o objetivo de facilitar o esforço de controle, aumentando-se a quantidade de variáveis de estados que serão realimentadas diretamente como no caso de ω ou indiretamente como no caso de x_{filt} .

O ESP foi modelado como dois blocos de primeira ordem, como no caso de sinal derivado da potência elétrica da máquina P_e . Estes dois blocos são conectados em paralelo, como foi mostrado na seção 2.2.4 do capítulo 2. Tem-se, assim, duas entradas de controle: $u_{c1} = \omega$ e $u_{c2} = x_{filt}$, e apenas uma saída de controle y_c . Poderia ser feita, também, a modelagem dos blocos como sendo de segunda ordem, o qual não implica vantagem nenhuma no que diz respeito à simplificação de cálculos. A estrutura do controladores multivariáveis é livre, ou seja, não precisa estar sujeita às estruturas convencionais dos controladores, como foram utilizados nos casos 1 e 2.

Procedendo-se da mesma maneira que nos casos anteriores, obteve-se as matrizes P e W , solução do problema de otimização LMI que testa a detectabilidade e a estabilizabilidade do sistema linear incerto. Escolhendo-se $W = P^{-1}$ como candidata à matriz de transformação T , para a representação particular do sistema na forma de variáveis de estados, resolveu-se o problema W transformado, obtendo-se as seguintes matrizes M e N solução do problema:

$$M = \begin{bmatrix} 7821.9518 & 562.2283 \\ 86.5412 & 7844.4660 \end{bmatrix} \text{ e } N = \begin{bmatrix} -28.2491 & -1062.8263 \\ 2836.7807 & 17300.6610 \end{bmatrix}$$

e como neste caso $G = M^{-1} N$, tem-se:

$$G = \begin{bmatrix} -0.0021 & -0.1353 \\ 0.3385 & 2.1812 \end{bmatrix}$$

Procedendo-se da mesma maneira que nos outros casos anteriores, obtêm-se os parâmetros desconhecidos do ESP robusto projetado (as constantes de tempo associadas aos zeros e os ganhos). Na Tabela 4.10 são apresentados os parâmetros obtidos para o controlador robusto. Observa-se que este tipo de controlador apresenta dois ganhos ($K_{c\omega}$ e $K_{cx_{filt}}$) e duas constantes de tempo associadas aos zeros (T_1 e T_3), um para o bloco correspondente ao sinal derivado da ω e outro para o bloco correspondente ao sinal

derivado da x_{filt} . O constante de tempo associada ao pólo é comum a ambos os blocos e é fixado em 0.28 s.

| Sinal | $K_{c\omega}$ | $K_{cx_{filt}}$ | T_1 | T_3 | $T_2 = T_4$ |
|---------------------|---------------|-----------------|----------|----------|-------------|
| $\omega + x_{filt}$ | - 0.0564 | - 0.4754 | - 0.0064 | - 0.0797 | 0.2800 |

Tabela 4.10. Parâmetros do ESP robusto com sinal combinado derivado da velocidade angular do rotor ω e da potência elétrica filtrada x_{filt} da máquina.

Na Tabela 4.11 mostra os autovalores associados ao modo eletromecânico de oscilação em malha fechada para o projeto robusto do ESP, para os três pontos de operação considerados. Também são apresentados os autovalores em malha aberta para mostrar-se a estabilização do sistema com a malha de controle fechada através do ESP projetado.

| Pontos de operação | Autovalores em MA | Autovalores em MF |
|--------------------|-------------------------|-------------------------|
| $P_g = 90$ MW | $- 0.1218 \pm 6.1242 i$ | $- 0.8951 \pm 6.7227 i$ |
| $P_g = 120$ MW | $0.0851 \pm 5.9268 i$ | $- 0.8268 \pm 6.4819 i$ |
| $P_g = 150$ MW | $0.2601 \pm 5.6838 i$ | $- 0.8476 \pm 6.1417 i$ |

Tabela 4.11. Autovalores em MA e em MF com o ESP robusto com sinal combinado derivado da velocidade angular do rotor ω e da potência elétrica filtrada x_{filt} da máquina.

Caso 5

Neste último caso foram escolhidas novamente, como saídas do sistema, dois sinais, a velocidade angular do rotor ω e a potência elétrica P_e da máquina. Com isto consegue-se a realimentação do sistema linear incerto como uma combinação de dois sinais para a entrada do controlador ESP, obtendo-se, assim, o caso de sinal de realimentação multivariável, como no caso anterior. Isto foi feito com o mesmo objetivo do caso anterior de facilitar o esforço de controle, aumentando-se a quantidade de variáveis de estados que serão realimentadas diretamente como no caso de ω ou indiretamente como no caso de P_e . Tem-se, assim, duas entradas de controle: $u_{c1} = \omega$ e $u_{c2} = P_e$, e apenas uma saída de controle y_c .

Procedendo-se da mesma maneira que nos casos anteriores, obteve-se as matrizes P e W como solução do problema de otimização LMI que testa a detectabilidade e a estabilizabilidade do sistema linear incerto. Escolhendo-se $W = P^{-1}$ como candidata a matriz de transformação T , para a representação particular do sistema na forma de variáveis de estados, resolveu-se o problema P transformado, obtendo-se as seguintes matrizes M e N solução do problema:

$$M = \begin{bmatrix} 3.9448 & 0.0088 \\ 7796.8144 & 136676.0100 \end{bmatrix} \text{ e } N = \begin{bmatrix} 5.6157 & 0.9964 \\ -1445.4877 & 539.2847 \end{bmatrix}$$

e como neste caso $G = M^{-1} N$, tem-se:

$$G = \begin{bmatrix} 1.4238 & 0.2526 \\ -0.0918 & -0.0105 \end{bmatrix}$$

Procedendo-se da mesma maneira que nos casos anteriores, obtêm-se os parâmetros desconhecidos do controlador ESP robusto projetado (as constantes de tempo associadas aos zeros e os ganhos). Na Tabela 4.12 são apresentados os parâmetros obtidos para o ESP robusto. Novamente, observa-se que este tipo de controlador apresenta dois ganhos ($K_{c\omega}$ e K_{cPe}) e duas constante de tempo associadas aos zeros (T_1 e T_3), um para o bloco correspondente ao sinal derivado da ω e outro para o bloco correspondente ao sinal derivado da P_e da máquina. A constante de tempo associada ao pólo é comum a ambos os blocos e é fixado em 0.28 s.

| Sinal | $K_{c\omega}$ | K_{cPe} | T_1 | T_3 | $T_2 = T_4$ |
|----------------|---------------|-----------|--------|--------|-------------|
| $\omega + P_e$ | - 1.3981 | - 0.2497 | 0.2851 | 0.2833 | 0.2800 |

Tabela 4.12. Parâmetros do ESP robusto com sinal combinado derivado da velocidade angular do rotor ω e da potência elétrica P_e da máquina.

A Tabela 4.13 mostra os autovalores associados ao modo eletromecânico de oscilação em malha fechada e em malha aberta do sistema para o projeto robusto do ESP, para os três pontos de operação considerados.

| Pontos de operação | Autovalores em MA | Autovalores em MF |
|------------------------|------------------------|------------------------|
| $P_g = 90 \text{ MW}$ | $-0.1218 \pm 6.1242 i$ | $-0.7352 \pm 6.0081 i$ |
| $P_g = 120 \text{ MW}$ | $0.0851 \pm 5.9268 i$ | $-0.5272 \pm 5.7847 i$ |
| $P_g = 150 \text{ MW}$ | $0.2601 \pm 5.6838 i$ | $-0.3190 \pm 5.5036 i$ |

Tabela 4.13. Autovalores em malha aberta e fechada com o ESP robusto com sinal combinado derivado da velocidade angular do rotor ω e da potência elétrica P_e da máquina.

Na Tabela 4.14 apresentam-se os valores obtidos para o amortecimento do modo eletromecânico de oscilação para os cinco casos de sinais de realimentação considerados no projeto robusto do controlador ESP, e para os três pontos de operação considerados.

| Pontos de Operação | <i>Caso 1</i> (ω) | <i>Caso 2</i> (P_e) | <i>Caso 3</i> (x_{fpu}) | <i>Caso 4</i> ($\omega + x_{fpu}$) | <i>Caso 5</i> ($\omega + P_e$) |
|------------------------|-------------------------------|----------------------------|--------------------------------|---|-------------------------------------|
| $P_g = 90 \text{ MW}$ | $\approx 7.04 \%$ | $\approx 14.07 \%$ | $\approx 8.31 \%$ | $\approx 13.31 \%$ | $\approx 12.24 \%$ |
| $P_g = 120 \text{ MW}$ | $\approx 5.08 \%$ | $\approx 11.19 \%$ | $\approx 6.85 \%$ | $\approx 12.76 \%$ | $\approx 9.11 \%$ |
| $P_g = 150 \text{ MW}$ | $\approx 3.80 \%$ | $\approx 8.09 \%$ | $\approx 6.52 \%$ | $\approx 13.80 \%$ | $\approx 5.80 \%$ |

Tabela 4.14. Amortecimento do modo eletromecânico de oscilação considerando os três pontos de operação e os cinco casos de sinal de realimentação para o ESP.

Para resolver o problema de otimização LMI (problema de otimização que testa a detectabilidade e a estabilizabilidade do sistema linear incerto), e os problemas auxiliares (problemas de factibilidade W e P transformados), em todos os casos aqui apresentados, foi necessária a utilização da ferramenta LMItol disponível no software Scilab [42]. Esta ferramenta resolve o problema de otimização pelo método primal-dual. Para tal efeito foram utilizados os sistemas operacionais UNIX - SunOS 4.1.3 (Scilab, na sua versão 2.3) e UNIX - Solaris 2.5 (Scilab, na sua versão 2.2).

4.2.4 Comparação e Avaliação dos Projetos Clássico e Robusto do ESP

Com todos os projetos robustos do ESP's, aqui apresentados, consegue-se não somente melhorar o amortecimento das oscilações eletromecânicas de maneira substancial, como também a estabilização de todos os pontos de operação instáveis considerados a priori, neste casos dois dos três pontos de operação. Isto pode ser comprovado observando-se e comparando-se os autovalores associados ao modo eletromecânico de oscilação em malha fechada, apresentados nas Tabelas 4.5, 4.7, 4.9, 4.11 e 4.13 para os cinco casos considerados de sinais de realimentação, e para os três pontos de operação.

A fim de verificar a eficácia do projeto robusto do ESP e conferir os resultados obtidos a partir do modelo linearizado do sistema linear incerto, foram realizadas simulações não-lineares considerando uma perturbação do tipo curto-circuito sólido aplicado à barra 4 e removido após 50 ms.

Na Figura 4.2 pode-se observar como o ESP convencional, projetado pela técnica de posicionamento de pólos (projeto convencional, que não leva em conta os requisitos de robustez), com sinal derivado da potência elétrica P_e , consegue o amortecimento especificado pelo pólo posicionado em $-0.33 \pm 6.4 i$ (amortecimento de 5 %) mas não atinge o desempenho desejado para os outros dois pontos de operação, como era de se esperar. No caso do ponto da operação com $P_g = 120$ MW ele consegue estabilizar mas com fraco amortecimento (amortecimento de ≈ 2.4 %), e no caso do ponto de operação com $P_g = 150$ MW (ponto mais crítico) o ESP não consegue estabilizar o sistema.

Em contraste, na Figura 4.3 observa-se o desempenho eficiente do ESP robusto, também com sinal derivado da potência elétrica P_e , como no caso anterior. Conseguiu-se, além de estabilizar os dois pontos de operação instáveis, um bom amortecimento, não somente para o caso base (amortecimento de ≈ 14 % para o ponto de operação com $P_g = 90$ MW), como também para os outros dois pontos de operação considerados (amortecimentos de ≈ 11 % para o ponto de operação com $P_g = 120$ MW e de ≈ 8 % para o ponto de operação com $P_g = 150$ MW).

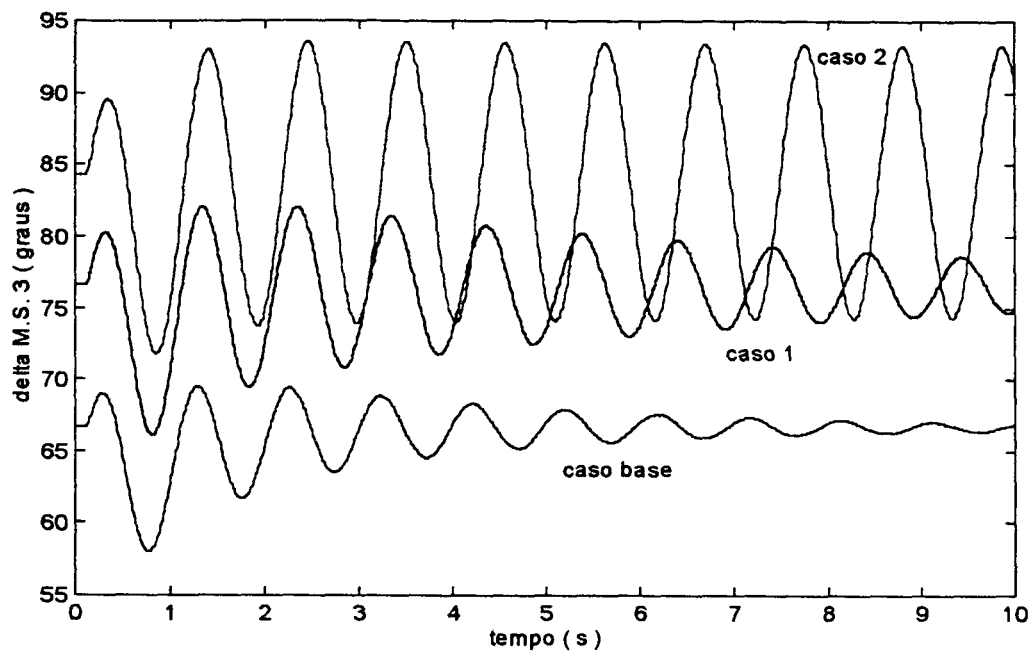


Figura 4.2. Resposta do sistema para os três pontos de operação considerados com o ESP convencional, projetado pela técnica clássica de posicionamento de pólos, com sinal derivado da potência elétrica.

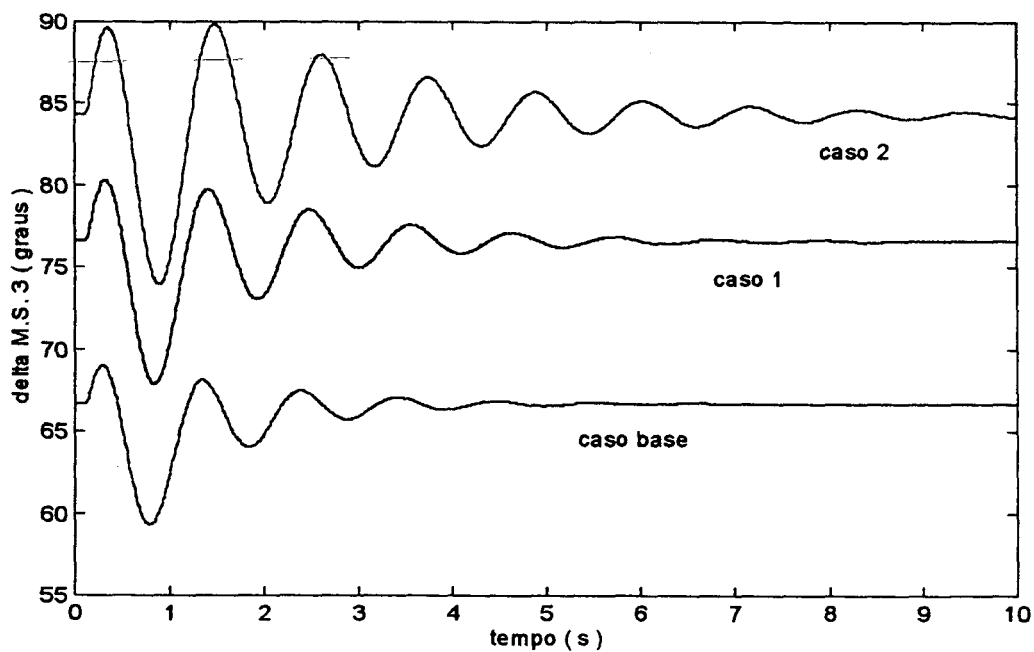


Figura 4.3. Resposta do sistema para os três pontos de operação considerados com o ESP robusto, projetado pela técnica de LMI, com sinal derivado da potência elétrica.

Com isto, fica em evidência as vantagens de um projeto robusto para um controlador de SEE, neste caso para o controlador ESP, em relação aos projetos convencionais para o mesmo. O exemplo de projeto clássico ilustra a limitação quanto ao aspecto de robustez de métodos de projeto tradicionais, que não consideram robustez como um requisito a priori do projeto, mostrando-se não muito adequados para as exigências dos SEE atuais.

4.3 Avaliação da Aplicação a um Sistema Multimáquinas

Para avaliar as abordagens e as técnicas propostas neste trabalho em um sistema multimáquinas, foi considerado um sistema multimáquinas composto de três máquinas síncronas interconectadas em anel [43]. Duas delas foram representadas por modelos de terceira ordem (M.S. Modelo 2), e uma delas foi modelada como uma barra infinita e tomada como referência do sistema multimáquinas. Foi incorporado um regulador de tensão modelado por um bloco de primeira ordem, com uma realimentação derivativa, para estabilizar o controle de excitação. Este modelo de regulador de tensão corresponde ao sistema de excitação IEEE tipo ST1 Modificado, apresentado na seção 2.2.3, do capítulo 2. O diagrama unifilar do sistema é apresentado na Figura 4.4, e os dados encontram-se no Apêndice B.

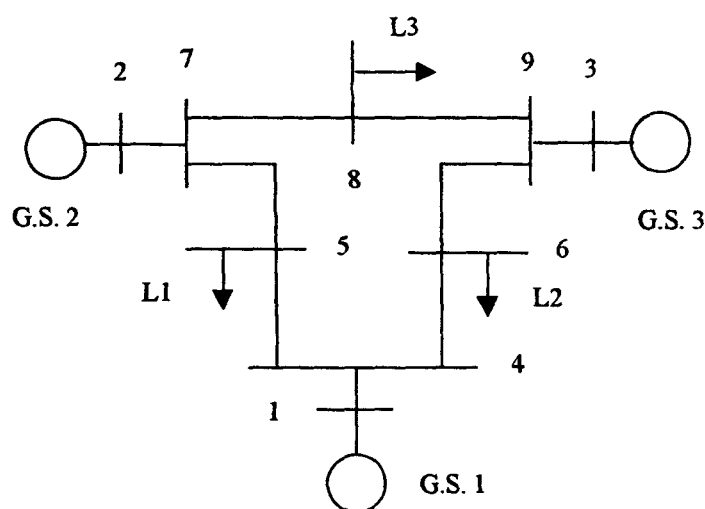


Figura 4.4. Diagrama unifilar para o sistema multimáquina.

Os casos considerados (pontos de operação) e os autovalores em malha aberta associados ao modo de oscilação eletromecânico são listados na Tabela 4.15. O primeiro caso é o caso base que corresponde ao ponto normal de operação (sem a ocorrência de nenhuma perturbação). Foram considerados cinco pontos de operação, determinados pela saída das linhas de transmissão, uma por vez.

| Caso | Linha | Modo eletromecânico |
|------|-------|------------------------|
| 0 | --- | $-0.2307 \pm 7.3428 i$ |
| 1 | 6 – 9 | $-0.0070 \pm 6.3420 i$ |
| 2 | 4 – 6 | $-0.2219 \pm 6.1343 i$ |
| 3 | 4 – 5 | $-0.1911 \pm 5.5990 i$ |
| 4 | 5 – 7 | $0.0846 \pm 5.9289 i$ |
| 5 | 7 – 8 | $0.0101 \pm 7.2623 i$ |
| 6 | 8 – 9 | $-0.2070 \pm 6.8611 i$ |

Tabela 4.15. Caso considerados como pontos de operação e os autovalores do modo eletromecânico de oscilação em malha aberta.

Como pode-se observar na Tabela 4.12 os casos 4 e 5 são instáveis, e os outros casos apresentam um baixo amortecimento, não apropriado para a operação do sistema de potência. Faz-se, então, necessário obter um projeto robusto para um controlador ESP, que seja capaz não somente de melhorar o fraco amortecimento dos casos considerados, como também estabilizar os casos instáveis.

Na abordagem das incertezas do tipo posto unitário, utilizando-se o Algoritmo 3.1 para a resolução iterativa da equação matricial de Riccati aumentada e modificada, não foi possível conseguir nenhuma solução. Mesmo fazendo-se todas as considerações que foram citadas na seção 4.2.3.1 deste capítulo, para o tratamento deste tipo de problema, não foi possível a obtenção de uma lei de controle robusta, que estabilizasse o sistema linear incerto considerado.

Na abordagem das incertezas do tipo politópicas utilizando as técnicas de LMI, conseguiu-se obter uma solução para a fase de factibilidade, do problema de otimização

LMI que testa a detectabilidade e a estabilizabilidade do sistema linear incerto. Aqui convém mencionar que este problema foi resolvido, ou seja, obteve-se as matrizes solução W e P , candidatas à matriz T de transformação, para a representação particular do sistema por variáveis de estados, sem a inclusão da função objetiva dada pela expressão (3.70). Isto é devido ao fato de que quando a função objetiva foi incluída, não foi possível resolver a fase de otimização, mas se conseguiu resolver a fase de factibilidade. Isto deve-se a problemas numéricos da solução na fase de otimização (redundância na forma canônica do algoritmo). Portanto as matrizes W e P não apresentam um bom condicionamento numérico. Várias foram as tentativas de se obter, além de uma solução factível, uma solução ótima para este problema. Entre as tentativas pode-se citar a mudança da função objetiva, aumento do número de iterações e variação das tolerâncias absolutas e relativas da rotina LMItol [42], que controlam as fases de factibilidade e de otimização da rotina utilizada. Mas em nenhuma delas conseguiu-se eliminar os problemas numéricos.

Com as matrizes W e P , foram rodados os problemas W e P transformados, sem a obtenção de uma solução. Isto se deve fundamentalmente ao tamanho do problema e aos problemas numéricos associados devido ao mal condicionamento das matrizes candidatas à matriz T de transformação. Embora um pequeno sistema multimáquinas tenha sido utilizado, ele implica em número grande de variáveis na solução do problema de LMI via LMItol [42]. Portanto, a falta de uma solução para este problema deve-se fundamentalmente ao esforço computacional e a limitação da própria ferramenta que estabelece que é possível resolver apenas os problemas que envolvem umas poucas centenas de variáveis. Neste caso, as incógnitas são as matrizes W , P , M e N . W e P tem a dimensão da matriz de estado aumentada A_a , M e N tem dimensões variáveis, dependendo do caso considerado. Isto resulta em um número superior a quinhentas variáveis.

Outra das alternativas implementadas foi resolver o problema de factibilidade no programa LMISol (versão 1.0) [44]. Neste caso, também, não foi possível a obtenção de uma solução.

4.4 Conclusão

Neste capítulo foram apresentados os resultados obtidos das propostas de solução do problema de projeto de controladores robustos via realimentação estática de saída para

SEE lineares incertos. Em uma delas consideram-se as incertezas do tipo posto unitário usando-se o Algoritmo 3.1 dado na seção 3.4.1 do capítulo 3, que resolve a equação matricial de Riccati aumentada e modificada. Na outra abordagem consideram-se as incertezas do tipo linear convexas ou politópicas e utilizaram-se as técnicas LMI, dada na seção 3.4.2 do capítulo anterior, para a solução do problema. Embora a obtenção de uma solução dependa da representação de estado particular para o sistema, e a escolha desta representação não seja evidente, algumas indicações são dadas para contornar o problema. Os métodos permitem manter a estrutura convencional usada pela indústria nos controladores do tipo ESP.

Apresentam-se aplicações a sistemas de potência, primeiro em um sistema MBI e depois em um sistema multimáquinas. No primeiro sistema foi obtida uma solução, ou seja, uma lei de controle estabilizante para o sistema linear incerto, usando-se a abordagem de incerteza do tipo politópicas e as técnicas LMI. Para cada um dos casos considerados de sinal de realimentação para o ESP foi obtida uma solução. A abordagem de incerteza do tipo posto unitário, utilizando-se o Algoritmo 3.1 para a resolução iterativa da equação matricial de Riccati aumentada e modificada, não foi satisfatória.

No sistema multimáquinas, também, não foi possível achar uma solução para a abordagem das incertezas do tipo posto unitário, resolvendo a equação matricial de Riccati aumentada e modificada. Na abordagem das incertezas do tipo politópicas, resolvendo o problema via técnicas LMI, tropeçou-se nas limitações computacionais referentes à ferramenta que resolve o problema de otimização.

Capítulo 5

Conclusões e Sugestões para Trabalhos Futuros

O objetivo deste trabalho foi apresentar uma proposta de projeto de um controlador robusto para os SEE atuais, visando melhorar a estabilidade dinâmica dos mesmos. A estratégia de controle é baseada na realimentação estática de saídas, preservando-se a estrutura clássica dos controladores, tipo ESP, utilizada na indústria. Os métodos convencionais que dão uma boa solução para o projeto do controlador em um ponto de operação podem falhar para outros, mostrando-se claramente a necessidade de um projeto de controle robusto. A preservação das estruturas convencionais usadas na indústria pelos controladores exige muito das metodologias existentes.

Tentou-se abordar o problema de controle robusto com realimentação estática de saída de duas maneiras. Apresentaram-se duas técnicas, que foram escolhidas para a solução do problema. No primeiro caso abordaram-se as incertezas do tipo posto unitário e utilizou-se a resolução de uma equação matricial de Riccati aumentada e modificada que permite tratar os sistemas incertos e incorporar uma restrição estrutural genérica, como a imposta pela realimentação estática de saída, ou a realimentação descentralizada de saída. No segundo caso abordaram-se as incertezas do tipo linear convexa ou politópicas e utilizou-se a resolução de um problema de factibilidade via técnicas LMI, onde são resolvidos problemas auxiliares de natureza convexa, que resolvem o problema de controle robusto com realimentação estática de saída, de natureza não convexa na formulação LMI. Embora a obtenção de uma solução dependa da representação de estado particular para o sistema, e a escolha desta representação não seja evidente, algumas indicações foram dadas para contornar o problema.

Estas técnicas foram aplicadas em dois sistemas-teste, um sistema máquina-barras infinita, e um sistema multimáquinas, com três máquinas interconectadas em anel.

Com a aplicação da primeira abordagem não se obteve sucesso devido à não convergência do algoritmo. Várias causas podem explicar este comportamento, entre elas, a conservatividade inerente no tratamento das incertezas do sistema na equação matricial de Riccati, através da majoração que é feita na consideração das mesmas. Isto resulta em uma abordagem muito conservativa, no que se refere ao tratamento das incertezas, e daí a dificuldade de se obter uma solução. Uma outra razão é a natureza não convexa da formulação do problema em termos da equação matricial de Riccati aumentada e modificada, como discutido na seção 3.4.1 do capítulo 3. Embora a realimentação descentralizada de estados tenha sido usada com sucesso em trabalhos anteriores, na aplicação aqui apresentada, devido a não-convexidade da formulação do problema, tem-se dificuldade em se obter uma solução, mesmo escolhendo-se uma inicialização criteriosa para o algoritmo utilizado. Ou seja, mesmo, partindo-se de um ponto próximo da solução, não obtém-se uma solução. No caso da realimentação estática de saída, a convexidade do problema não está provada, o que torna difícil a obtenção de uma solução.

Considerando-se a segunda abordagem apresentada, mostra-se que é possível se obter resultados para o projeto de um controle robusto para o sistema linear incerto. Neste caso foram consideradas diferentes alternativas de ESP's usando sinais derivados da velocidade angular do rotor, da potência elétrica, da potência elétrica filtrada, e uma combinação dinâmica desses sinais. Os melhores amortecimentos foram obtidos para o caso da potência elétrica quando comparados com os obtidos com velocidade angular do rotor, confirmando a vantagem de realimentar o maior número de variáveis de estados possíveis, direta e indiretamente. O uso de combinação de sinais também mostra-se vantajoso, conseguindo-se amortecimentos ainda maiores. Os valores de parâmetros obtidos para os ESP's robustos são compatíveis com aqueles usualmente utilizados nos ESP's na indústria. Um projeto convencional de ESP, utilizando a técnica de posicionamento de pólos, também foi realizado, com o propósito de comparar com o desempenho do projeto robusto. Mostra-se claramente a vantagem de considerar um projeto robusto, em relação ao projeto convencional, através das simulações lineares e não-lineares.

Estes resultados mostram que a abordagem considerando-se as incertezas do tipo linear convexa ou politópicas utilizando-se as técnicas LMI's, apresenta-se muito menos conservativa no que se refere ao tratamento das incertezas. Além disso, ela é menos restritiva no que se refere à realimentação de saída, pois foi visto nesta formulação como este problema, sendo de natureza não convexa, é facilmente transformado em um problema

de natureza convexa, possível de ser resolvido por algoritmos eficientes. A limitação desta abordagem é dada pelo aumento do problema com o tamanho do sistema considerado, assim como também do número de casos considerados (pontos de operação) a priori na fase de projeto. Estas limitações que estão relacionados às ferramentas computacionais de que se dispõe atualmente para abordar este tipo de problema de otimização.

As contribuições deste trabalho podem ser resumidas nos seguintes pontos:

- A utilização das técnicas LMI no projeto de controladores para SEE.
- Preservação da estrutura convencional do controlador ESP, utilizado na indústria, na aplicação da proposta aqui apresentada.
- Tratamento das incertezas dada pelos diferentes pontos de operação do sistema, considerados a priori, de um modo simples e direto.
- A aplicação de um filtro na potência elétrica terminal da máquina para evitar que apareçam incertezas na matriz de saídas C , quando este sinal é escolhido como realimentação do sistema.
- Implementação do controlador ESP derivado da combinação de dois sinais, com o objetivo de realimentar o maior número de variáveis de estados direta e indiretamente, o que aproxima ao caso de realimentação de saída ao caso de realimentação de estados.
- Avaliação das vantagens da aplicação do projeto robusto do controlador ESP com relação ao projeto convencional utilizada atualmente na indústria.

Sugestões para possíveis pesquisas que conduzam a viabilizar a primeira abordagem e tentar outras aqui não consideradas, e que servirão para trabalhos futuros são:

- Explorar mais a questão do escalonamento dos vetores d_i e e_i , produto da decomposição das matrizes A_i de posto unitário.

- Considerar a abordagem das incertezas do tipo posto unitário na resolução da equação de Riccati via LMI
- Considerar a abordagem das incertezas do tipo politópicas na resolução da equação de Riccati via LMI
- Formulação do problema em termos da matriz Jacobiana, não reduzida, evitando-se, assim, um número grande de elementos incertos, o qual reduz o domínio das incertezas.
- Explorar teoricamente as razões da dificuldade de se obter uma solução para a equação de Riccati considerando realimentação estática de saída.
- Parametrizar a variação dos elementos das matrizes A , e C , da representação por variáveis de estados do sistema, com o propósito de diminuir o número de matrizes que serão incluídas na formulação LMI, independentemente do número de casos considerados.

Referência Bibliográfica

- [1] E.V. Larsen, e D.A. Swann. "Applying Power System Stabilizers – Parts 1/3". IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, 100:3017-3046, June 1981.
- [2] V. R. U. Aramayo, e A. S. e Silva. "Ajuste Coordenado de controladores para Amortecimento em Sistema de Potência". 9º Congresso Brasileiro de Automática, Vitória, ES, Brasil, Vol. 1, pp. 135-140, Setembro 1992.
- [3] R. C. G. Teive, e A. J. A. Simões Costa. "Ajuste Coordenado de Sinais Estabilizadores em Sistemas de Potência Multimáquinas". 9º Congresso Brasileiro de Automática, Vitória, ES, Brasil, Vol. 1, pp. 129-134, Setembro 1992.
- [4] F.D. Freitas, A.S. e Silva, e A.J.A. Simões Costa. "Coordinated Setting of Stabilizers for Synchronous Generators and FACTS Devices in Power System". Symposium Tokyo (CIGRÉ), artigo 320-03, Tokyo, May 1995.
- [5] A.J.A. Simões Costa, F.D. Freitas, e A.S. e Silva. "Design of Decentralized Controllers for Large Power Systems Considering Sparsity". IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 12, No. 1, February 1997.
- [6] V. R. U. Aramayo. "Ajuste de Controladores em Sistemas de Potência Incluindo Compensadores Estáticos de Reativo". Dissertação de Mestrado, UFSC, Junho 1992.
- [7] F. D. Freitas. "Ajuste de Estabilizadores de Sistemas de Potência via Controle Ótimo com Restrições Estruturais", Tese de Doutorado. UFSC, 1995.

- [8] N. Martins. "Efficient Eigenvalue and Frequency Response Method Applied to Power Systems Small-signal Stability Studies". IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 1(1), pp. 217-226, February 1986.
- [9] M. Klein, G. C. Rogers, S. Moorty, and P. Kundur. "Analytical Investigation of Factors Influencing Power System Stabilizers Performance". IEEE Transactions on Energy Conversion, Vpl. 13(4), pp. 377-384, September 1992.
- [10] F. P. de Mello, e C. Concordia. "Concepts of Synchronous Machine Satability as Afected by Excitation Control". IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-88, Nº. 4, pp. 316-329, April 1969.
- [11] H. Moussa, and Y. N. Yu. "Dynamic Interaction of Multimachine Power System and Excitation Control". IEEE Trans. on PASS, Vol. PAS-93, Nº. 4, pp. 1150-1158, July-August 1974.
- [12] J. Arrillaga, C. P. Arnold, and B. J. Harker. "*Computer Modelling of Electrical Power System*". John Wiley & Sons, EUA, 1983.
- [13] N. Martins, e L.T.G. Lima. "Eigenvalue and Frequency Domain Analysis of Small-signal Electromechanical Stability Problems". IEEE PES Symposium on Eigenanalysis and Frequency Domain Methods for System Dynamic Performance, January 1990.
- [14] IEEE Committee Report. "Excitation System Models for Power System Stability Studies". IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. 100(2), pp. 494-509, February 1981.
- [15] P. Kundur. "*Power System Stability and Control*". Mc Graw-Hill, Inc. New York, 1994.
- [16] S. H. Wang, and E. J. Davidson. "On the Sabilization of Decentralized Control Systems". IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. AC-18, Nº. 5, pp. 473-478, October 1973.

- [17] M. Tarokh. "Approach to Pole Assignment by Centralised and Decentralized Output Feedback". IEEE Proc., Vol. 136, Pt.D(2), March 1989.
- [18] C. T. Chen. "*Linear System Theory and Design*". New York, Holt, Rinehart and Winston, Inc., 1984.
- [19] F. D. Freitas, H. E. Peña, e A. J. Simões Costa. "Projeto Integrado de Estabilizadores Multivariáveis para Geradores e Compensadores Estáticos de Reativo em Sistema de Potência". X Congresso Chileno de Engenharia Elétrica, Valdivia, Chile, Novembro 1993.
- [20] H. E. Peña. "Controle Ótimo Descentralizado Aplicado ao Projeto e Coordenação de Sinais Estabilizadores em Sistemas de Potência, Tese de Doutorado. UFSC, Outubro, 1992.
- [21] N. Martins. "Determinação dos Limites de Estabilidade Dinâmica de Sistemas Multimáquina Contendo Cargas Não-Lineares e Compensadores Estáticos". VI Seminario Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica, Balneario Camboriú, SC, Brazil, 1-28, 1981.
- [22] A. Fischman. "Controle Robusto de Sistemas Lineares Incertos - Teoria e Aplicações -". Dissertação de Mestrado, UFSC, Setembro 1993.
- [23] C. V. Hollot, and B. R. Barmish. "Optimal Quadratic Stabilizability of Uncertain Linear Systems". Proceedings of the 18^o Allerton Conference on Communication, Control and Computation, pp. 697-706, Univerity of Illinois, Monticello, 1980.
- [24] A. S. Bazanella. "Métodos Analíticos para a Sínteses de Controladores em Sistemas de Potência". Tese de Doutorado, UFSC, Março 1997.
- [25] C. A. R. Crusius. "Formulação LMI para Problemas de Performance e Robustez". Dissertação de Mestrado, Maio 1996.

- [26] A. Fischman, A.S. Bazanella, A.S. e Silva, J.M. Dion, and L. Dugard. "Application of Linear Matrix Inequalities Techniques to the Design of Robust Coordinated Controllers for Power Systems". IFAC Third Conference on System Structure and Control (SSC'97), Bucharest, Romania, October 1997.
- [27] A.S. Bazanella, A. Fischman, A.S. e Silva, J.M. Dion, and L. Dugard. "Coordinated Robust Controllers in Power Systems". IEEE Stockholm Power Tech Conference, pp. 256-261, Sockholm, Sweden, Juno 1995.
- [28] I. R. Petersen, and C. V. Hollot. "A Riccati Equation Approach to the Stabilization of Uncertain Linear Systems". Automatica, Vol. 22, pp. 397-411, 1986.
- [29] I. R. Petersen. "A Riccati Equation Approach to the Design of Stabilizers Controllers and Observers for a Class of Uncertain Linear Systems". IEEE Transactions on Automatic Control, vol. AC-30, No. 9, pp 904, September 1985.
- [30] W. S. Schmitendorf. "Designing Stabilizers Controllers for Uncertain Systems Using the Riccati Equation Approach". IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 33, No. 4, pp 376, April 1988.
- [31] A. Fischman, A. S. Bazanella, and A. S. e Silva. "Robust Decentralized Control Applied to Power System Stablizers Design". 1st IFAC Symposium on Robust Control Design, pp. 279-284, Rio de Janeiro, 1994.
- [32] J. C. Geromel, and P. L. D. Peres. "Decentralized Load-Frequency Control". IEE Proceedings Pt. D, Vol. 132(5), pp.225-230, September 1985.
- [33] J. C. Geromel. "Methods and Techniques for Decentralized Control Systems: Analysis and Design". Ed. Clup, Milano, Italy, 1987.
- [34] A. S. e Silva, and A. S. Bazanella. "Coordinated Design of FACTS Controllers and PSSs for Robutness of Power Systems Stability". V SEPOPE, Recife, pp. 625-631, 1996.

- [35] S. Boyd, L. El-Ghaoui, E. Feron, e V. Balakrishnan. "*Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory*". Studies in Applied Mathematics, Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics (SIAM), 1994.
- [36] L. Vandenberghe, e V. Balakrishnan. "Algorithms and Software for LMI Problem in Control". IEEE Control System, 89-95, October 1997.
- [37] C.A.R. Crusius, e A. Trofino. "Sufficient LMI Conditions for Output Feedback Control Problems". Internal Note, Dept. Automação e Sistemas, DAS/CTC/UFSC, 88040-970 Florianópolis, Brasil (submitted for publication).
- [38] C.A.R. Crusius, e A. Trofino. "A Convex Approach to the Output Feedback Stabilization Problem". AACC, 1997.
- [39] P. L. D. Peres, J. C. Geromel, e S. R. Souza. "Optimal H_2 Control by Output Feedback". Proceedings of Conference on Decision and Control, pp. 102-107, December 1993.
- [40] A. Trofino, A.S. Bazanella, e A. Fischman. "Designing robust controllers with operating point tracking". Internal Note, Dept. Automação e Sistemas, DAS/CTC/UFSC, 88040-970 Florianópolis, Brazil (submitted for publication).
- [41] N. Martins, e H.J.C.P. Pinto. "Pacdyn, V4.1". CEPEL. 21.944-970, Rio de Janeiro, Brazil, May 1997.
- [42] Scilab Group. "Scilab 2.3, Reference Manual". INRIA, France.
- [43] P. M. Anderson e A. A. Fouad. "*Power System Control and Sability*". The Iowa State University Press, 1977.
- [44] M. C. de Oliveira, D. P. de Farias, e J. C. Geromel. "LMISol, User's Guide (Version 1.0)". UNICAMP, April 1997.

Apêndice A

Dados do Sistema Máquina-Barra Infinita (MBI)

Neste apêndice são apresentam-se os dados do sistema máquina-barra infinita utilizado neste trabalho.

Dados das linhas:

Todas as impedâncias são dadas em *p.u.*

Frequência 60 Hz; MVA base = 300

| <i>De:</i> | <i>Para:</i> | <i>R + j X</i> |
|------------|--------------|----------------|
| 1 | 2 | 0.00 + j 0.50 |
| 2 | 3 | 0.00 + j 0.50 |
| 2 | 4 | 0.00 + j 0.30 |

Dados de barra:

| Barra | Tensão | | Geração | |
|------------|-------------------------------------|-----------------------------------|------------------|--------------------|
| <i>No.</i> | <i>Magnitude</i> (<i>p.u.</i>) | <i>Ângulo</i> (<i>graus</i>) | <i>MW</i> --- | <i>MVAr</i> --- |
| 1 | 1.000 | 49.80 | 250.00 | 61.50 |
| 2 | 0.989 | 24.90 | --- | --- |
| 3 | 1.000 | 0.00 | - 250.00 | 61.50 |
| 4 | 0.989 | 24.90 | --- | --- |

O capacitor da barra 2 tem uma admitância de $0.00 + j 0.333 \text{ p.u.}$

Dados da máquina síncrona:

| | |
|-----------------|--------------|
| MVA base | 300 |
| T'_{do} | 8.50 s |
| T''_{do} | 0.03 s |
| R_a | --- |
| X_d | 2.72 p.u. |
| X'_d | 0.36 p.u. |
| X''_d | 0.26 p.u. |
| T''_{qo} | 0.90 s |
| X'_q | 0.26 p.u. |
| X_q | 2.60 p.u. |
| H | 3.84 kWs/kVA |

Dados do regulador de tensão automático:

| | |
|-----------|--------|
| K_a | 50.00 |
| T_a | 0.05 |
| V_{min} | - 5.00 |
| V_{max} | 5.00 |

Fluxo de carga dos pontos de operação considerados no projeto do ESP

***** LOAD FLOW OUTPUT *****

Caso base (Pg = 90 MW)

| BUSTYPE | BUS# | VMAG (PU) | VANG (DEG) | PGEN (MW) | QGEN (MVAR) | PLD (MW) | QLD (MVAR) | QMIN | QMAX |
|---------|------|-----------|------------|-----------|-------------|----------|------------|-------|------|
| PV | 1 | 1.00000 | 15.964 | 90.000 | -41.867 | 0.000 | 0.000 | -9999 | 9999 |
| PQ | 2 | 1.08024 | 7.982 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | -0.000 | | |
| SLACK | 3 | 1.00000 | 0.000 | 160.000 | -103.367 | 250.000 | -61.500 | | |
| PQ | 4 | 1.08024 | 7.982 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | | |

Caso 1 (Pg = 120 MW)

| BUSTYPE | BUS# | VMAG (PU) | VANG (DEG) | PGEN (MW) | QGEN (MVAR) | PLD (MW) | QLD (MVAR) | QMIN | QMAX |
|---------|------|-----------|------------|-----------|-------------|----------|------------|-------|------|
| PV | 1 | 1.00000 | 21.512 | 120.000 | -31.690 | 0.000 | 0.000 | -9999 | 9999 |
| PQ | 2 | 1.07165 | 10.756 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | -0.001 | | |
| SLACK | 3 | 1.00000 | 0.000 | 130.000 | -93.190 | 250.000 | -61.500 | | |
| PQ | 4 | 1.07165 | 10.756 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | | |

Caso 2 (Pg = 150 MW)

| BUSTYPE | BUS# | VMAG (PU) | VANG (DEG) | PGEN (MW) | QGEN (MVAR) | PLD (MW) | QLD (MVAR) | QMIN | QMAX |
|---------|------|-----------|------------|-----------|-------------|----------|------------|-------|------|
| PV | 1 | 1.00000 | 27.282 | 150.000 | -18.085 | 0.000 | 0.000 | -9999 | 9999 |
| PQ | 2 | 1.06004 | 13.641 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | -0.003 | | |
| SLACK | 3 | 1.00000 | 0.000 | 100.000 | -79.585 | 250.000 | -61.500 | | |
| PQ | 4 | 1.06004 | 13.641 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | | |

Apêndice B

Dados do Sistema Multimáquina

Neste apêndice são apresentam-se os dados do sistema multimáquina utilizado neste trabalho.

Dados das linhas:

Todas as impedâncias são dadas em *p.u.*

Frequência 60 Hz; MVA base = 100

| <i>De:</i> | <i>Para:</i> | <i>Y_{shunt}</i> | <i>$R + jX$</i> |
|------------|--------------|-------------------------------|----------------------------|
| 1 | 4 | --- | $0.0000 + j 0.0576$ |
| 2 | 7 | --- | $0.0000 + j 0.0625$ |
| 3 | 9 | --- | $0.0000 + j 0.0586$ |
| 4 | 5 | $j 0.0880$ | $0.0100 + j 0.0850$ |
| 4 | 6 | $j 0.0790$ | $0.0170 + j 0.0920$ |
| 7 | 5 | $j 0.1530$ | $0.0320 + j 0.1610$ |
| 7 | 8 | $j 0.0745$ | $0.0085 + j 0.0720$ |
| 9 | 6 | $j 0.1790$ | $0.0390 + j 0.170$ |
| 9 | 8 | $j 0.1045$ | $0.0119 + j 0.1008$ |

Dados de barra:

| Barra | | Tensão | | Geração | | Geração | |
|-------|------|---------------------|-------------------|-----------|-------------|-----------|-------------|
| No. | Tipo | Magnitude (p.u.) | Ângulo (graus) | MW --- | MVar --- | MW --- | MVar --- |
| 1 | 1 | 1.040 | 0.00 | --- | --- | --- | --- |
| 2 | 2 | 1.025 | 0.00 | 163.00 | --- | --- | --- |
| 3 | 2 | 1.040 | 0.00 | 85.00 | --- | --- | --- |
| 4 | 3 | 1.000 | 0.00 | --- | --- | --- | --- |
| 5 | 3 | 1.000 | 0.00 | --- | --- | 125.00 | 50.00 |
| 6 | 3 | 1.000 | 0.00 | --- | --- | 90.00 | 30.00 |
| 7 | 3 | 1.000 | 0.00 | --- | --- | --- | --- |
| 8 | 3 | 1.000 | 0.00 | --- | --- | 100.00 | 35.00 |
| 9 | 3 | 1.000 | 0.00 | --- | --- | --- | --- |

Dados da máquina síncrona:

| Máquina Síncrona | Gerador 1 | Gerador 2 | Gerador 3 |
|------------------|-----------|-----------|-----------|
| Modelo | Modelo 1 | Modelo 2 | Modelo 2 |
| H | 1000.0 | 6.40 | 3.01 |
| D | --- | --- | --- |
| X_d | 0.001 | 0.1198 | 0.1813 |
| X_d | --- | 0.8958 | 1.3125 |
| X_q | --- | 0.8645 | 1.2578 |
| r_s | --- | --- | --- |
| T_{do} | --- | 6.00 | 5.89 |

Dados do regulador de tensão automático:

| | |
|---------------|---------|
| K_a | 200.00 |
| T_a | 0.01 |
| K_f | 0.01 |
| T_f | 100 |
| $V_{i_{min}}$ | - 15.00 |
| $V_{i_{max}}$ | 15.00 |
| $V_{r_{min}}$ | - 15.00 |
| $V_{r_{max}}$ | 15.00 |